1. 등식 $(x-2)+(2y+3)i=-7i$를 만족하는 실수 $x,\ y$에 대하여 $x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x-2=0,\ 2y+3=-7$

$\therefore\ x=2,\ y=-5$

2. $\dfrac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\dfrac{3+11i}{8}$ ② $\dfrac{9+11i}{8}$ ③ $\dfrac{3+9i}{10}$

④ $\dfrac{3+11i}{10}$ ⑤ $\dfrac{9+11i}{10}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2+3i}{3-i} &= \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{6-3+11i}{10} \\ &= \frac{3+11i}{10}\end{aligned}$$

3. $\alpha = 1 + i, \beta = 1 - i$ 일 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① i ② $-i$ ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1-i}{1+i} + \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1-i)^2 + (1+i)^2}{(1+i)(1-i)}$$

$$= \frac{(1-2i+i^2) + (1+2i+i^2)}{1-i^2}$$

$$= \frac{2+2i^2}{1-(-1)} = \frac{2-2}{2} = 0$$

4. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$

이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$

$\therefore \ x = -\frac{1}{2}$

5. 다음은 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼 것이다. ㉮에 알맞은 것은?

$11x^2 - 13x + 2 = 0$
$(11x - 2)($ ㉮ $) = 0$
$x = \frac{2}{11}$ 또는 $x = 1$

① $x - 2$ ② $x - 1$ ③ $x + 1$ ④ $x + 2$ ⑤ $x + 3$

해설

x에 대한 이차방정식
$11x^2 - 13x + 2 = 0$
$(11x - 2)(x - 1) = 0$
$\therefore\ x = \frac{2}{11}$ 또는 $x = 1$
따라서 ㉮는 $x - 1$

6. x에 대한 이차방정식 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}a^2+a-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a의 조건을 구하면?

① $a>1$ ② $a<\frac{3}{2}$ ③ $a<\frac{3}{4}$ ④ $a>\frac{3}{4}$ ⑤ $a<2$

해설

판별식을 D라고 하면,

$D=(a-1)^2-4\left(\frac{1}{4}a^2+a-2\right)=-6a+9$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$이어야 하므로

$-6a+9>0$에서 $a<\frac{3}{2}$

7. 방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = \frac{3}{2}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 6$

8. 다음 중 최댓값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y = -4x^2 + 1$

② $y = -2(x-1)^2 + 10$

③ $y = x^2 + 3x + 1$

④ $y = -2x^2 + 3x + 1$

⑤ $y = -(x+1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

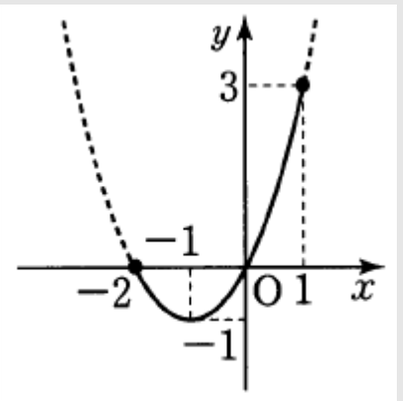
9. $-2 \le x \le 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$, $-2 \le x \le 1$ 에서
$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.
즉, $f(-2) = 0$, $f(-1) = -1$, $f(1) = 3$
따라서, $x = 1$ 일 때 최댓값 3,
$x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 가지므로
구하는 합은 $3 - 1 = 2$



10. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3<7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$ 의 해를 모두 고르면? (정답 3 개)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\begin{cases} 2x-3<7 \\ 5x+4 \geq x \end{cases}$

두 개의 부등식을 연립하면 $-1 \leq x < 5$ 이다.

11. 사차방정식 $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = 0$ 을 풀면?

① $x = \pm 1, \quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$

② $x = \pm 2, \quad x = 1 \pm \sqrt{3}i$

③ $x = \pm 1, \quad x = 1 \pm \sqrt{3}i$

④ $x = \pm 2, \quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ $x = \pm 2, \quad x = 3 \pm \sqrt{2}i$

해설

조립제법을 이용한다.

1	1	−2	2	2	−3
		1	−1	1	3
−1	1	−1	1	3	0
		−1	2	−3	
	1	−2	3	0	

$\Rightarrow \quad (x-1)(x+1)(x^2 - 2x + 3) = 0$

$\therefore x = \pm 1, \quad x = 1 \pm \sqrt{2}i$

12. $x^4-5x^2-14=0$의 두 허근을 α, β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하면?

① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ -16

해설

$x^4-5x^2-14=(x^2+2)(x^2-7)=0$이므로
두 허근 α, β는
각각 $\sqrt{2}i$, $-\sqrt{2}i$이므로
$\alpha^2+\beta^2=-2-2=-4$

13. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\begin{cases} x-y=1 & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=y+1$을 ㉡에 대입하면,

$(y+1)^2+y^2=5$

$y^2+y-2=0$

$(y+2)(y-1)=0$

$\therefore\ y=-2$ 또는 $y=1$

$y=-2$를 ㉠에 대입하면 $x=-1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=2$

$\therefore\ xy=2$

14. 다음 중에서 성립하지 <u>않는</u> 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)
② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)
③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)
④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)
⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$
(반례 : $a > 0, b < 0$ 이면 $a > b$ 이지만 $ab < 0$ 이다.)

15. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $A > B > 0,\ C > D > 0$ 이면 $AC > BD$ 이다.

② $A > B,\ C > D$ 이면 $A + C > B + D$ 이다.

③ $A > B > 0$ 이면 $A^2 > B^2$ 이다.

④ $A > B$ 이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.

⑤ $A > 0 > B$ 이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$ 인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

16. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x-1)$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$m^2x - 1 > m(x-1)$에서

$m^{2x} - 1 > mx - m$

$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots$ ㉠

㉠의 해가 없어야 하므로

$m^2 - m = 0,\ 1 - m \geq 0$

$m^2 - m = 0$에서 $m(m-1) - 0$

$\therefore m = 0$ 또는 $1 \cdots$ ㉡

$1 - m \geq 0$에서 $m \leq 1 \cdots$ ㉢

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

17. 다항식 $(x^3+x^2-2x-1)^5$을 전개한 식이 $a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{14}x^{14}+a_{15}x^{15}$일 때, $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{14}-a_{15}$의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(x^3+x^2-2x-1)^5$

$=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{14}x^{14}+a_{15}x^{15}$

양변에 $x=-1$을 대입하면

$(-1+1+2-1)^5=a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{14}-a_{15}=1$

18. $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$의 인수가 아닌 것은?

① $a - b + c$　② $a + b - c$　③ $-a + b - c$

④ $-a + b + c$　⑤ $-a - b + c$

해설

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 - c^2 + 2bc &= a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc) \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= (a + b - c)(a - b + c) \end{aligned}$$

인수 : $(a + b - c)$, $(a - b + c)$(단, 복부호 동순)

19. $x^2 + xy - 2y^2 - 2x - y + 1$을 인수분해하면?

① $(x + y - 1)(x + 2y - 1)$

② $(x - y - 1)(x + 2y - 1)$

③ $(x - y + 1)(x + 2y - 1)$

④ $(x - y - 1)(x + 2y + 1)$

⑤ $(x + y + 1)(x + 2y - 1)$

해설

x에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1$

$= \{x - (y + 1)\}\{x + (2y - 1)\}$

$= (x - y - 1)(x + 2y - 1)$

20. $\dfrac{2012^3+8}{2012\times 2010+4}$ 의 값은?

① 2010 ② 2011 ③ 2012 ④ 2013 ⑤ 2014

해설

$a=2012$라 치환하면,

$$\frac{2012^3+8}{2012\times 2010+4}=\frac{a^3+2^3}{a\times(a-2)+4}$$

$$=\frac{(a+2)(a^2-2a+4)}{a^2-2a+4}$$

$$=2012+2$$

$$=2014$$

21. 두 다항식 $A = x^2 - x - 2$, $B = x^2 - 5x + 6$에 대하여 다음 설명 중 옳은 것은?

① 두 다항식의 최대공약수는 $x - 1$이다.

② 두 다항식의 최소공배수는 $x^3 - 4x^2 - 3x + 6$이다.

③ 두 다항식의 합은 최대공약수와 같다.

④ 두 다항식의 차는 최소공배수와 같다.

⑤ 두 다항식의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같다.

해설

$A = (x-2)(x+1)$, $B = (x-2)(x-3)$
최대공약수 : $x - 2$
최소공배수 : $(x-2)(x+1)(x-3)$
$\therefore$(두 다항식의 곱) = (최대공약수)×(최소공배수) = $(x-2)^2(x+1)(x-3)$

22. 이차항의 계수가 1 인 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x+1$ 이고, 최소공배수가 x^3-3x-2 일 때, $A+B$ 를 구하면?

① $(x-1)(x+1)$

② $(x-1)(2x+1)$

③ $(x-1)(2x-1)$

④ $(x+1)(2x-1)$

⑤ $(x+1)(2x+1)$

해설

$A = Ga, \quad B = Gb$(a , b는서로소), $\quad L = Gab$

$L = x^3-3x-2 = (x+1)(x^2-x-2)$

$\quad = (x+1)(x-2)(x+1)$

$A+B = (x+1)(x+1)+(x+1)(x-2)$

$\quad = (x+1)(x+1+x-2) = (x+1)(2x-1)$

23. $0 \le x+2y \le 1,\ 0 \le -x+y \le 1$ 일 때 $2x+3y$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 ?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{array}{l} 0 \le x+2y \le 1 \\ +)\underline{0 \le -x+y \le 1} \\ \quad 0 \le 3y \le 2 \cdots\cdots \text{㉠} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0 \le x+2y \le 1 \\ -)\underline{0 \le -2x+2y \le 2} \end{array}$$

$$-2 \le 3x \le 1 \rightarrow -\frac{2}{3} \le x \le \frac{1}{3} \cdots\cdots \text{㉡}$$

㉠ + ㉡ × 2 하면

$$\begin{array}{l} 0 \le 3y \le 2 \\ +)\underline{-\frac{4}{3} \le 2x \le \frac{2}{3}} \end{array}$$

$$\therefore -\frac{4}{3} \le 3y+2x \le \frac{8}{3}$$

$$\therefore \text{최댓값} - \text{최솟값} = \frac{8}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4$$

24. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x)+(1+x+x^2+x^3)^3$$

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

i) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수

: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,

계수= 2

: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x를 곱할 때,

계수= 1

ii) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수

$x+x^2+x^3=Y$라 하면,

$(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$

$3Y=3x+3x^2+3x^3$

일차항의 계수= 3, 다른 항에는 일차항이 없다.

i), ii) 에서 $2+1+3=6$

25. 다항식 $f(x)$를 x^2+x+1로 나누면 $3x+2$가 남고, 그 몫을 $x-1$로 나누면 2가 남는다. 이 다항식 $f(x)$를 x^3-1로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $\frac{1}{2}R(2)$의 값을 구하면?

① 41 ② 31 ③ 21 ④ 11 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2+x+1)Q(x)+3x+2 \\ &= (x^2+x+1)\{(x-1)p(x)+2\}+3x+2 \\ &= (x^3-1)p(x)+2x^2+5x+4 \end{aligned}$$

$\therefore R(x)=2x^2+5x+4$

$\therefore \frac{1}{2}R(2)=11$

26. x의 이차방정식 $x^2 - 3px + 4q - 2 = 0$의 두 실근의 비가 $1 : 2$가 되도록 하는 실수 p, q에 대하여 q의 값의 범위는? (단, $p \neq 0$)

① $q \geq -\frac{1}{3}$ ② $q > \frac{1}{2}$ ③ $q \geq \frac{1}{2}$

④ $q > -\frac{1}{2}$ ⑤ $q \geq \frac{2}{3}$

해설

두 근을 α, 2α라 하면

$\alpha + 2\alpha = 3p \;\; \therefore \;\; \alpha = p$

$\alpha \cdot 2\alpha = 4q - 2 \;\; \therefore \;\; \alpha^2 = 2q - 1$

따라서 $p^2 = 2q - 1$

한편 $D > 0$에서 $9p^2 - 4(4q - 2) > 0$

$9(2q - 1) - 16q + 8 > 0$

$2q - 1 > 0$

$\therefore \;\; q > \frac{1}{2}$

27. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4kx + 5k^2 - 1 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라고 할 때, α 의 최댓값과 β 의 최솟값의 합을 구하여라. (단, $\alpha \geq \beta$ 이고, k 는 실수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 등식 $x^2 + 4kx + 5k^2 - 1 = 0 \cdots\cdots$ ㉠ 을 k 에 대하여 정리하면

$5k^2 + 4xk + \left(x^2 - 1\right) = 0 \cdots\cdots$ ㉡

㉡은 k 에 대한 이차방정식이고 k 가 실수이므로 실근을 갖는다.

따라서, 판별식 D 에 대하여

$\frac{D}{4} = (2x)^2 - 5\left(x^2 - 1\right) \geq 0$

$-x^2 + 5 \geq 0,\ x^2 - 5 \leq 0$

$\therefore -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5} \cdots\cdots$ ㉢

그런데 α, β 는 ㉠의 실근이므로 ㉢의 범위 안에 있어야 한다.

$\therefore -\sqrt{5} \leq \beta \leq \alpha \leq \sqrt{5}$

α 의 최댓값은 $\sqrt{5}$, β 의 최솟값은 $-\sqrt{5}$

따라서, 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 0

28. x의 3차방정식 $x^3-(3k+1)x+3k=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 k의 값들의 합은?

① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

주어진 식의 좌변을 인수분해하면

$(x-1)(x^2+x-3k)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x^2+x-3k=0$

여기에서 $x^2+x-3k=0$이 중근을 가질 때는 $D=1+12k=0$

$\therefore\ k=-\frac{1}{12}$

또, $x^2+x-3k=0$이 $x=1$이라는 근을 가져도 그 근은 중근이 되므로

$1+1-3k=0$

$\therefore\ k=\frac{2}{3}$

$\therefore\ -\frac{1}{12}+\frac{2}{3}=\frac{-1+8}{12}=\frac{7}{12}$