

1. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a| < |b| \cdots (1)$

$a > 0, b < 0 \cdots (2)$

(1), (2)에 의해 $\ominus a + b < 0$

2. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

3. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$
㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$	㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$
㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$	

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$
 $\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$
㉡ $-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$
 $\Rightarrow -4 < x-2 < -2$
㉢ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$
 $\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$
㉣ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 2$
 $\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$
㉤ $-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$

4. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$7 < \sqrt{3n} < 9$$

$$49 < 3n < 81$$

$$\frac{49}{3} < n < 27$$

$$\therefore a = 26, b = 17$$

5. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
- ① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.
 - ② $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.
 - ③ $b - a$ 는 항상 무리수이다.
 - ④ ab 는 항상 무리수이다.
 - ⑤ $b - \sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2, b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b - a = \sqrt{2} - 2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b - \sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

6. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \textcircled{1} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2\sqrt{2} + \textcircled{2} \times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline 7x = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

$\textcircled{2}$ 에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

8. 일차방정식 $(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 0 ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{따라서, } \sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$$

9. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

10. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

- ① $a = 1.000, b = 1.13$
- ② $a = 1.005, b = 1.15$
- ③ $a = 1.049, b = 1.42$
- ④ $a = 1.196, b = 1.22$
- ⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

11. $x^2 - y^2 + 9x + 5y - a$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 의 값은?
(단, a 는 정수)

- ① -14 ② -7 ③ -1 ④ 7 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 9x + 5y - a \\ &= (x + y + \alpha)(x - y + \beta) \\ &= x^2 - y^2 + (\alpha + \beta)x + (-\alpha + \beta)y + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \alpha + \beta = 9 \\ +) -\alpha + \beta = 5 \\ \hline 2\beta = 14 \end{array}$$

$$\beta = 7, \alpha = 2$$

$$\therefore a = -\alpha\beta = -2 \times 7 = -14$$

12. $x^3 + y - x - x^2y$ 을 인수분해 하였을 때, 일차식인 인수들의 합은?

① $2x - y + 1$

② $x - y - 2$

③ $3x - y + 2$

④ $2x - y$

⑤ $3x - y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3 - x + y - x^2y \\ &= x(x^2 - 1) - y(x^2 - 1) \\ &= (x^2 - 1)(x - y) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x - y) \\ \therefore x + 1 + x - 1 + x - y &= 3x - y\end{aligned}$$

13. $16 - x^2 + 4xy - 4y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(x + 2y - 4)(-x + 2y + 4)$ ② $(x - 2y + 4)^2$
③ $(x - 2y + 4)(x + 2y - 4)$ ④ $(x - 2y + 4)(-x + 2y + 4)$
⑤ $(-x - 2y + 4)(x + 2y + 4)$

해설

$$\begin{aligned} 16 - (x^2 - 4xy + 4y^2) &= 16 - (x - 2y)^2 \\ &= 4^2 - (x - 2y)^2 \\ &= (4 + x - 2y)(4 - x + 2y) \end{aligned}$$

14. $15 \times 7.6^2 - 7.4^2 \times 15$ 의 값은?

① 55

② 45

③ 35

④ 15

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 15 \times (7.6^2 - 7.4^2) \\&= 15 \times (7.6 + 7.4) \times (7.6 - 7.4) \\&= 15 \times 15 \times 0.2 \\&= 45\end{aligned}$$

15. 밑면의 가로와 세로가 각각 $3x - 1$, $x - 2y$ 인 직육면체의 부피가 $3x^3 - 7x^2 - 6x^2y + 2x + 14xy - 4y$ 이다. 이때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x - 2$

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x + 2$

⑤ $2x + 1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

(준식)

$$= -2y(3x^2 - 7x + 2) + 3x^3 - 7x^2 + 2x$$

$$= -2y(3x^2 - 7x + 2) + x(3x^2 - 7x + 2)$$

$$= (x - 2y)(3x^2 - 7x + 2)$$

$$= (x - 2y)(3x - 1)(x - 2)$$

따라서 높이는 $x - 2$ 이다.