

1. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

- ① 11 ② 36 ③ 72 ④ 84 ⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$12) \frac{A}{a} \quad \frac{B}{b}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$a \times b = 10$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$$a = 10, b = 1 \text{ 또는 } a = 5, b = 2$$

(i) $a = 10, b = 1$ 일 때

$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

(ii) $a = 5, b = 2$ 일 때

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

2. 다음 보기를 모두 만족시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- 100 이하의 자연수이다.
- 3의 배수
- 5의 배수
- 4로 나누면 나머지가 3인 수

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

3과 5의 최소공배수는 15이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90,
이 중에서 4로 나누었을 때 나머지가 3인 수는 15, 75의 2개

3. 두 유리수 a, b 에 대하여 $|a| = |b|$, $a - b = \frac{12}{5}$ 일 때, b 의 값을 구하여라.

- ① $\frac{12}{5}$ ② $-\frac{12}{5}$ ③ $\frac{6}{5}$ ④ $-\frac{6}{5}$ ⑤ $-\frac{18}{5}$

해설

절댓값이 같으므로 a, b 는 원점에서 같은 거리만큼 떨어진 수이다. $a - b = \frac{12}{5}$ 이므로 두 수 사이의 거리가 $\frac{12}{5}$ 이고 $a = -b$

이므로 $a = \frac{12}{5} \div 2 = \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$ 이다.

$\therefore b = -\frac{6}{5}$

4. 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수가 있을 때, 두 수 중 수직선의 왼쪽에 있는 수에서 오른쪽에 있는 수를 뺀 값이 -7 이다. 두 수 사이의 정수들의 합을 a , 두 수 사이의 정수들의 개수를 b 라고 하면 $a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

두 수가 7 만큼 떨어져 있으므로 원점으로부터 3.5 만큼씩 떨어져 있다.

따라서 두 수는 -3.5 와 3.5 이고,

두 수 사이의 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이다.

$a = (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 = 0$, $b = 7$ (개) 이므로 $a+b = 7$ 이다.

5. 두 정수 x, y 에 대하여 x 의 절댓값은 6, y 의 절댓값은 9이다. $x-y$ 중 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라고 할 때 $a \div b$ 의 값을 구하여라.

- ① -10 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$x = +6, -6, y = +9, -9$ 이므로
 $x-y$ 의 최댓값은 $6 - (-9) = 6 + 9 = 15$
 $x-y$ 의 최솟값은 $-6 - 9 = -15$

따라서 $a = 15, b = -15$ 이다.
 $\therefore a \div b = 15 \div (-15) = -1$

6. $|x| \leq 6$ 를 만족하는 두 정수 a, b 에 대하여 $a + b > 0, a \times b < 0$ 이다.
 $a - b$ 의 값 중 가장 큰 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$|x| \leq 6$ 인 정수는 $-6, -5, -4, \dots, 4, 5, 6$ 이므로
 $a = 6, b = -5$ 일 때,
 $a + b = 6 + (-5) > 0$ (참)
 $a \times b = 6 \times (-5) < 0$ (참)
 $a - b = 6 - (-5) = 11$

7. $\frac{11}{2}$ 이상 $\frac{57}{5}$ 이하의 정수 중 $\left(+\frac{15}{4}\right) \div \left(-\frac{5}{16}\right) \times (-2)$ 의 약수의 개수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\frac{11}{2}$ 이상 $\frac{57}{5}$ 이하의 정수는 $-11, -10, -9, -8, -7, -6, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ 이다.

$$\left(+\frac{15}{4}\right) \div \left(-\frac{5}{16}\right) \times (-2)$$

$$= \left(+\frac{15}{4}\right) \times \left(-\frac{16}{5}\right) \times (-2) = 24$$

24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

따라서 2개이다.

8. $5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 이 된다. 이 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (2 \times 5) = 2^5 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $a + b - c = 5 + 3 - 2 = 6$ 이다.

9. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

- ① 1은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8개이다.
- ⑤ 소수 a 의 제곱은 항상 세 개의 약수 ($1, a, a^2$)를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
\vdots	\vdots

10. 75 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하기 위해 곱해 주어야 할 수 중 가장 작은 수는 3이다.

11. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값은?

- ㉠ 10 ㉡ 13 ㉢ 15 ㉣ 16 ㉤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$ 이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$ 이다.

$\therefore 8 \times 6 = 48$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.

12. 다음 중 서로소인 것은?

① (3, 15)

② (22, 13)

③ (100, 45)

④ (6, 9)

⑤ (10, 12)

해설

서로소는 최대공약수가 1인 두 자연수를 말하므로 (22, 13)이다.

13. 18과 a 의 공약수가 1, 2, 3, 6일 때, a 가 될 수 있는 50보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

18과 a 의 최대공약수가 6이므로

$$18 = 6 \times 3, a = 6 \times k$$

k 는 3의 배수이면 안 된다.

따라서 50보다 작은 자연수 a 는

$$6 \times 1 = 6, 6 \times 2 = 12, 6 \times 4 = 24, 6 \times 5 = 30, 6 \times 7 = 42, 6 \times 8 = 48 \text{ 의 } 6 \text{ 개이다.}$$

14. 화장실 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 300 cm, 270 cm인 화장실 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 둘러 붙이려고 한다. 타일을 쪼개지 않고 붙이려고 할 때, 가능한 타일의 한 변의 길이가 아닌 것은?



- ① 1 cm ② 2 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 10 cm

해설

타일의 한 변의 길이가 300과 270의 공약수이면 타일을 쪼개지 않고 붙일 수 있다.

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이므로

두 수의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

따라서 타일의 한 변의 길이는 1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm, 30 cm가 가능하다.

15. 다음 조건을 만족하는 유리수 a, b 에 대하여 옳은 것은?

㉠ $ab < 0$ ㉡ $|a| + |b| > 6$

- ① $a > -1$ ② $-a > -b$ ③ $|a| - |b| > 0$
④ $|a - b| > 6$ ⑤ $a - b > 6$

해설

- ① 알 수 없다.
② 알 수 없다.
③ 알 수 없다.
④ a, b 의 부호가 다르므로 $a - b$ 의 절댓값은 6보다 크다.
⑤ 알 수 없다.