1. $3^2 = a$일 때, 27^4을 a를 사용하여 나타내면?

① a^2 ② a^3 ③ a^4 ④ a^6 ⑤ a^8

해설

$27^4 = (3^3)^4 = 3^{12} = (3^2)^6 = a^6$

2. $(3x^2y^a)^3 \div (x^cy^3)^4 = \dfrac{b}{x^2y^6}$ 가 성립할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$(3x^2y^a)^3 \div (x^cy^3)^4 = \dfrac{3^3x^6y^{3a}}{x^{4c}y^{12}} = \dfrac{b}{x^2y^6}$ 이므로

$a=2,\ b=27,\ c=2$

$\therefore\ a+b+c=31$

3. $\frac{1}{4}x(2x-1)-\frac{2}{3}x(2x+1)-\frac{1}{6}(-7x^2-x-2)$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{3}x^2-\frac{3}{4}x+\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}x^2-\frac{13}{12}x+\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{6}x^2-\frac{13}{12}x+\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{5}{6}x^2-\frac{11}{12}x-\frac{1}{3}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned}&=\frac{2}{4}x^2-\frac{1}{4}x-\frac{4}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{7}{6}x^2+\frac{1}{6}x+\frac{1}{3}\\&=\left(\frac{2}{4}-\frac{4}{3}+\frac{7}{6}\right)x^2-\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)x+\frac{1}{3}\\&=\frac{1}{3}x^2-\frac{3}{4}x+\frac{1}{3}\end{aligned}$$

4. 분수 $\frac{13}{250}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. $\frac{bc}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{13}{250} = \frac{13 \times a}{250 \times a} = \frac{52}{b} = c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\frac{13 \times 4}{250 \times 4} = \frac{52}{1000} = \frac{52}{10^3} = 0.052$

$a = 4$, $b = 1000$, $c = 0.052$

$\therefore \frac{52}{4} = 13$

5. $x = 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12$ 일때, 분수 $\frac{1}{x}$이 유한소수가 되지 <u>않는</u> x의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$6 = 2 \times 3,\ 12 = 2^2 \times 3$이므로 2개이다.

6. 분수 $\frac{27}{110}$ 의 순환마디를 x , $\frac{14}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$\frac{27}{110} = 0.24\dot{5}\dot{5}$
$x = 45$
$\frac{14}{3} = 4.\dot{6}$
$y = 6$
$x - y = 39$

7. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 현빈이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{8}$ 이 되었고, 찬열이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}\dot{9}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A를 구하면?

① $\frac{17}{9}$ ② $\frac{19}{9}$ ③ $\frac{17}{90}$ ④ $\frac{19}{90}$ ⑤ $\frac{17}{99}$

해설

현빈 : $0.1\dot{8} = \frac{17}{90}$,

찬열 : $0.\dot{1}\dot{9} = \frac{19}{99}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{찬열이가 본 분자})}{(\text{현빈이가 본 분모})} = \frac{19}{90} = A$ 이다.

8. 순환소수 $1.2\dot{6}$에 A를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 5 ② 15 ③ 60 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.2\dot{6} = \frac{126-12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$이므로 A는 15의 배수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 5 , 99이다.

9. $8^{x+4} = 8^x \times 4^y = 64^3$ 을 만족하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 2　② 4　③ 8　④ 10　⑤ 12

해설

$8^{x+4} = 64^3 = (8^2)^3 = 8^6$

$\therefore x = 2$

$8^2 \times 4^y = 64^3$

$4^y = 64^2 = (4^3)^2 = 4^6$

$\therefore y = 6$

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(-2x^2y)^3 = -8x^6y^3$
② $(-5x)^2 = 25x^2$
③ $(x^3y)^4 = x^{12}y^4$
④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^5$
⑤ $(-3a^3)^2 = 9a^6$

해설

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^6$

11. $5^5 \div 5^a = 25$, $5^b + 5^b + 5^b + 5^b + 5^b = 5^4$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$5^5 \div 5^a = 5^{5-a} = 5^2$

$5 - a = 2 \quad \therefore a = 3$

$5 \times 5^b = 5^4, 5^{b+1} = 5^4$

$b + 1 = 4 \quad \therefore b = 3$

$a = 3,\ b = 3$

$\therefore\ a - b = 0$

12. $\dfrac{2^{15}\times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8 자리　② 10 자리　③ 11 자리

④ 12 자리　⑤ 13 자리

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{15}\times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{15}\times(3\times 5)^{20}}{(3^2\times 5)^{10}}\\ &= \frac{2^{15}\times 3^{20}\times 5^{20}}{3^{20}\times 5^{10}}\\ &= 2^{15}\times 5^{10}\\ &= 2^5\times 2^{10}\times 5^{10}\\ &= 32\times 10^{10}\end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

13. $a^2xy^2\times(x^2y)^b = 9x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c에 대하여 $ab+c$의 값은?

① 10 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 21

해설

$a^2xy^2\times(x^2y)^b = a^2x^{2b+1}y^{2+b} = 9x^cy^6$ 이므로 $a=3$, $b=4$, $c=9$이다.

따라서 $ab+c=21$이다.

14. $10\times12\times14\times16\times18\times20=2^a\times3^b\times5^c\times7$ 을 간단히 하였을 때 $a+b+c$ 의 값은?

① 14　② 15　③ 16　④ 17　⑤ 18

해설

$10\times12\times14\times16\times18\times20$

$=2\times5\times2^2\times3\times2\times7\times2^4\times2\times3^2\times2^2\times5$

$=2^{11}\times3^3\times5^2\times7$

$=2^a\times3^b\times5^c\times7$

$a=11,\ b=3,\ c=2$

$\therefore\ a+b+c=11+3+2=16$

15. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$ 의 □ 안에 알맞은 식은?

① $4x^2y^3$　② $4x^2y^4$　③ $-4x^2y^4$

④ $2x^4y^4$　⑤ $-2x^2y^4$

해설

$4x^8y^2 \times (-\frac{1}{x^9y^6}) \times \square = 8x$

$-\frac{4}{xy^4} \times \square = 8x$

$\square = -2x^2y^4$

16. 다음 식을 만족하는 $x,\ y$ 를 구하여라.
$48^4 = (2^x \times 3)^4 = 2^y \times 3^4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 16$

해설

$48^4 = (2^x \times 3)^4 = 2^y \times 3^4$
$48^4 = (2^4 \times 3)^4 = 2^{16} \times 3^4$
$\therefore\ x = 4\ ,\ y = 16$

17. 식 $(5x^2-3x+4)+(2x^2+x-1)$ 을 간단히 하면?

① $2x^2-5x+6$ ② $5x^2-2x+5$ ③ $5x^2-4x+2$

④ $7x^2-2x+3$ ⑤ $7x^2-3x+6$

해설

$(5x^2-3x+4)+(2x^2+x-1)$

$=5x^2-3x+4+2x^2+x-1$

$=7x^2-2x+3$

18. 어떤 다항식 A 에서 x^2+3x-5 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $-2x^2-4x+3$ 이 되었다. 이 때, 어떤 다항식 A 는?

① $-3x^2-7x+8$ ② $-3x^2-x-2$ ③ $-x^2+x-3$
④ $-x^2-x+2$ ⑤ $3x^2+2x-5$

해설

$$\begin{aligned} A &= (-2x^2-4x+3)-(x^2+3x-5) \\ &= -2x^2-4x+3-x^2-3x+5 \\ &= -3x^2-7x+8 \end{aligned}$$

19. 자연수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.\dot{x}y\dot{z}$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 27

▷ 정답: 37

▷ 정답: 111

▷ 정답: 333

▷ 정답: 999

해설

순환소수 $0.\dot{x}y\dot{z}$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.
이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약수는 $1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999$ 이다.
그런데 기약분수의 분모가 $1, 3, 9$ 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.
따라서 조건에 맞는 분모는 $27, 37, 111, 333, 999$ 이다.

20. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

① 15 ② 16 ③ 18 ④ 21 ⑤ 25

해설

$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \dfrac{13665}{99900}$ 이므로 $ab = 13$ 이다.

따라서 $13665 = abcde - 13$

$abcde = 13665 + 13$

$\therefore\ abcde = 13678$

$\therefore\ a + b + c + d + e = 25$

21. 부등식 $\frac{5}{2} < x < 6.2\dot{9}$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 4

▷ 정답: 5

▷ 정답: 6

해설

$\frac{5}{2} = 2.5$이므로 만족하는 x 값은 3, 4, 5, 6 이다.

22. $a=-1$, $b=3$ 일 때, $20a^2b\times 5ab^2\div 4ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 225

해설

$$\begin{aligned}20a^2b\times 5ab^2\div 4ab &= 25a^2b^2\\ &= 25\times(-1)^2\times 3^2\\ &= 225\end{aligned}$$

23. 분모가 12 이고 두 분수 $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{5}{6}$ 사이에 있는 분수 중 유한소수를 모두 구하여라. (단, 분자는 자연수이다.)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{6}{12}$

▷ 정답: $\frac{9}{12}$

해설

$\frac{3}{12} < \frac{\square}{12} < \frac{10}{12}$ 이므로 3 과 10 사이의 자연수 중 3 의 배수인 6, 9 이다.

따라서 유한소수가 되는 분수는 $\frac{6}{12}$, $\frac{9}{12}$ 이다.

24. 임의의 자연수 a, b 에 대하여 $x^a y^b = (3^{-1})^{b-a}$ 와 $x^b y^a = (3^{-1})^{a-b}$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x^a y^b = (3^{-1})^{b-a} \cdots$ ㉠
$x^b y^a = (3^{-1})^{a-b} \cdots$ ㉡ 이라 할 때
두 식을 좌변끼리 우변끼리 각각 곱하면

$$\begin{aligned}(3^{-1})^{b-a} \times (3^{-1})^{a-b} &= \left(\frac{1}{3}\right)^{b-a} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{a-b} \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^{b-a+a-b} \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^{0} \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^a y^b \times x^b y^a &= x^{a+b} \times y^{a+b} \\ &= (xy)^{a+b}\end{aligned}$$

$a+b$가 자연수 이므로 $(xy)^{a+b} = 1$을 만족하는 xy는 1이다.

25. 지름이 $7r$mm 인 금 구슬 1 개의 가격은 지름이 $r$mm 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌 몇 개의 가격과 같은지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 49 개

해설

지름이 $7r$mm 인 금 구슬 1 개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{7r}{2}\right)^3 = \frac{7^3}{6}\pi r^3$ 이고,

지름이 $r$mm 인 금 구슬 7 개의 부피는

$7 \times \left[\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{r}{2}\right)^3\right] = \frac{7}{6}\pi r^3$ 이다.

따라서 지름이 $7r$mm 인 금 구슬 1 개의 부피는 지름이 $r$mm 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌의 부피의 7^2 배이므로, 지름이 $7r$mm 인 금 구슬 1 개의 가격은 지름이 $r$mm 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌 49 개의 가격과 같다.