

1. $3^2 = a$ 일 때, 27^4 을 a 를 사용하여 나타내면?

① a^2

② a^3

③ a^4

④ a^6

⑤ a^8

해설

$$27^4 = (3^3)^4 = 3^{12} = (3^2)^6 = a^6$$

2. $(3x^2y^a)^3 \div (x^cy^3)^4 = \frac{b}{x^2y^6}$ 가 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$$(3x^2y^a)^3 \div (x^cy^3)^4 = \frac{3^3x^6y^{3a}}{x^{4c}y^{12}} = \frac{b}{x^2y^6} \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 27, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 31$$

3. $\frac{1}{4}x(2x-1) - \frac{2}{3}x(2x+1) - \frac{1}{6}(-7x^2-x-2)$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}x^2 - \frac{13}{12}x + \frac{1}{6}$

⑤ $-\frac{5}{6}x^2 - \frac{11}{12}x - \frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$

④ $\frac{5}{6}x^2 - \frac{13}{12}x + \frac{1}{3}$

해설

(준식)

$$= \frac{2}{4}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{4}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{7}{6}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$$

$$= \left(\frac{2}{4} - \frac{4}{3} + \frac{7}{6}\right)x^2 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)x + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$$

4. 분수 $\frac{13}{250}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. $\frac{bc}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{13}{250} = \frac{13 \times a}{250 \times a} = \frac{52}{b} = c$$

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\frac{13 \times 4}{250 \times 4} = \frac{52}{1000} = \frac{52}{10^3} = 0.052$$

$$a = 4, b = 1000, c = 0.052$$

$$\therefore \frac{52}{4} = 13$$

5. $x = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ 일때, 분수 $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되지 않는 x 의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$6 = 2 \times 3$, $12 = 2^2 \times 3$ 이므로 2개이다.

6. 분수 $\frac{27}{110}$ 의 순환마디를 x , $\frac{14}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$\frac{27}{110} = 0.2\dot{4}\dot{5}$$

$$x = 45$$

$$\frac{14}{3} = 4.\dot{6}$$

$$y = 6$$

$$x - y = 39$$

7. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 현빈이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{8}$ 이 되었고, 찬열이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}9$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{17}{9}$

② $\frac{19}{9}$

③ $\frac{17}{90}$

④ $\frac{19}{90}$

⑤ $\frac{17}{99}$

해설

현빈 : $0.1\dot{8} = \frac{17}{90}$,

찬열 : $0.\dot{1}9 = \frac{19}{99}$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{찬열이가 본 분자})}{(\text{현빈이가 본 분모})} = \frac{19}{90} = A \text{ 이다.}$$

8. 순환소수 $1.2\dot{6}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 5

② 15

③ 60

④ 90

⑤ 99

해설

$1.2\dot{6} = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$ 이므로 A 는 15의 배수이어야 한다.

따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 5, 99이다.

9. $8^{x+4} = 8^x \times 4^y = 64^3$ 을 만족하는 자연수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$8^{x+4} = 64^3 = (8^2)^3 = 8^6$$

$$\therefore x = 2$$

$$8^2 \times 4^y = 64^3$$

$$4^y = 64^2 = (4^3)^2 = 4^6$$

$$\therefore y = 6$$

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(-2x^2y)^3 = -8x^6y^3$

② $(-5x)^2 = 25x^2$

③ $(x^3y)^4 = x^{12}y^4$

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^5$

⑤ $(-3a^3)^2 = 9a^6$

해설

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^6$

11. $5^5 \div 5^a = 25$, $5^b + 5^b + 5^b + 5^b + 5^b = 5^4$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$5^5 \div 5^a = 5^{5-a} = 5^2$$

$$5 - a = 2 \quad \therefore a = 3$$

$$5 \times 5^b = 5^4, 5^{b+1} = 5^4$$

$$b + 1 = 4 \quad \therefore b = 3$$

$$a = 3, b = 3$$

$$\therefore a - b = 0$$

12. $\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8 자리

② 10 자리

③ 11 자리

④ 12 자리

⑤ 13 자리

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{15} \times (3 \times 5)^{20}}{(3^2 \times 5)^{10}} \\&= \frac{2^{15} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\&= 2^{15} \times 5^{10} \\&= 2^5 \times 2^{10} \times 5^{10} \\&= 32 \times 10^{10}\end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

13. $a^2xy^2 \times (x^2y)^b = 9x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $ab+c$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 21

해설

$a^2xy^2 \times (x^2y)^b = a^2x^{2b+1}y^{2+b} = 9x^cy^6$ 이므로 $a = 3, b = 4, c = 9$ 이다.

따라서 $ab + c = 21$ 이다.

14. $10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 을 간단히 하였을 때 $a + b + c$ 의 값은?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

$$10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20$$

$$= 2 \times 5 \times 2^2 \times 3 \times 2 \times 7 \times 2^4 \times 2 \times 3^2 \times 2^2 \times 5$$

$$= 2^{11} \times 3^3 \times 5^2 \times 7$$

$$= 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$$

$$a = 11, b = 3, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 11 + 3 + 2 = 16$$

15. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \boxed{} = 8x$ 의 $\boxed{}$ 안에 알맞은 식은?

① $4x^2y^3$

② $4x^2y^4$

③ $-4x^2y^4$

④ $2x^4y^4$

⑤ $-2x^2y^4$

해설

$$4x^8y^2 \times \left(-\frac{1}{x^9y^6}\right) \times \boxed{} = 8x$$

$$-\frac{4}{xy^4} \times \boxed{} = 8x$$

$$\boxed{} = -2x^2y^4$$

16. 다음 식을 만족하는 x, y 를 구하여라.

$$48^4 = (2^x \times 3)^4 = 2^y \times 3^4$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 16$

해설

$$48^4 = (2^x \times 3)^4 = 2^y \times 3^4$$

$$48^4 = (2^4 \times 3)^4 = 2^{16} \times 3^4$$

$$\therefore x = 4, y = 16$$

17. 식 $(5x^2 - 3x + 4) + (2x^2 + x - 1)$ 을 간단히 하면?

① $2x^2 - 5x + 6$

② $5x^2 - 2x + 5$

③ $5x^2 - 4x + 2$

④ $7x^2 - 2x + 3$

⑤ $7x^2 - 3x + 6$

해설

$$(5x^2 - 3x + 4) + (2x^2 + x - 1)$$

$$= 5x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x - 1$$

$$= 7x^2 - 2x + 3$$

18. 어떤 다항식 A 에서 $x^2 + 3x - 5$ 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $-2x^2 - 4x + 3$ 이 되었다. 이 때, 어떤 다항식 A 는?

- ① $-3x^2 - 7x + 8$ ② $-3x^2 - x - 2$ ③ $-x^2 + x - 3$
④ $-x^2 - x + 2$ ⑤ $3x^2 + 2x - 5$

해설

$$\begin{aligned} A &= (-2x^2 - 4x + 3) - (x^2 + 3x - 5) \\ &= -2x^2 - 4x + 3 - x^2 - 3x + 5 \\ &= -3x^2 - 7x + 8 \end{aligned}$$

19. 자연수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.\dot{x}yz$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 37

▷ 정답 : 111

▷ 정답 : 333

▷ 정답 : 999

해설

순환소수 $0.\dot{x}yz$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.

이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약 수는 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999 이다.

그런데 기약분수의 분모가 1, 3, 9 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.

따라서 조건에 맞는 분모는 27, 37, 111, 333, 999 이다.

20. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

① 15

② 16

③ 18

④ 21

⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

21. 부등식 $\frac{5}{2} < x < 6.29$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{5}{2} = 2.5$ 이므로 만족하는 x 값은 3, 4, 5, 6 이다.

22. $a = -1$, $b = 3$ 일 때, $20a^2b \times 5ab^2 \div 4ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 225

해설

$$\begin{aligned} 20a^2b \times 5ab^2 \div 4ab &= 25a^2b^2 \\ &= 25 \times (-1)^2 \times 3^2 \\ &= 225 \end{aligned}$$

23. 분모가 12 이고 두 분수 $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{5}{6}$ 사이에 있는 분수 중 유한소수를 모두 구하여라. (단, 분자는 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{6}{12}$

▷ 정답 : $\frac{9}{12}$

해설

$\frac{3}{12} < \frac{\square}{12} < \frac{10}{12}$ 이므로 3 과 10 사이의 자연수 중 3 의 배수인 6, 9 이다.

따라서 유한소수가 되는 분수는 $\frac{6}{12}, \frac{9}{12}$ 이다.

24. 임의의 자연수 a, b 에 대하여 $x^a y^b = (3^{-1})^{b-a}$ 와 $x^b y^a = (3^{-1})^{a-b}$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^a y^b = (3^{-1})^{b-a} \dots \textcircled{㉠}$$

$$x^b y^a = (3^{-1})^{a-b} \dots \textcircled{㉡} \text{ 이라 할 때}$$

두 식을 좌변끼리 우변끼리 각각 곱하면

$$\begin{aligned}(3^{-1})^{b-a} \times (3^{-1})^{a-b} &= \left(\frac{1}{3}\right)^{b-a} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{a-b} \\&= \left(\frac{1}{3}\right)^{b-a+a-b} \\&= \left(\frac{1}{3}\right)^0 \\&= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^a y^b \times x^b y^a &= x^{a+b} \times y^{a+b} \\&= (xy)^{a+b}\end{aligned}$$

$a + b$ 가 자연수 이므로 $(xy)^{a+b} = 1$ 을 만족하는 xy 는 1이다.

25. 지름이 $7r\text{mm}$ 인 금 구슬 1 개의 가격은 지름이 $r\text{mm}$ 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌 몇 개의 가격과 같은지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 49 개

해설

지름이 $7r\text{mm}$ 인 금 구슬 1 개의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{7r}{2}\right)^3 = \frac{7^3}{6}\pi r^3 \text{ 이고,}$$

지름이 $r\text{mm}$ 인 금 구슬 7 개의 부피는

$$7 \times \left[\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{r}{2}\right)^3 \right] = \frac{7}{6}\pi r^3 \text{ 이다.}$$

따라서 지름이 $7r\text{mm}$ 인 금 구슬 1 개의 부피는 지름이 $r\text{mm}$ 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌의 부피의 7^2 배이므로, 지름이 $7r\text{mm}$ 인 금 구슬 1 개의 가격은 지름이 $r\text{mm}$ 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌 49 개의 가격과 같다.