

1. 세 점 A (2, 1), B ($-k+1$, 3), C (1, $k+2$)가 같은 직선위에 있도록 하는 실수 k 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

세 점 A(2, 1) , B($-k + 1, 3$) , C(1, $k + 2$) 가 같은 직선 위에

있으려면

직선 AB 와 AC 의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{3-1}{(-k+1)-2} = \frac{(k+2)-1}{1-2}$$

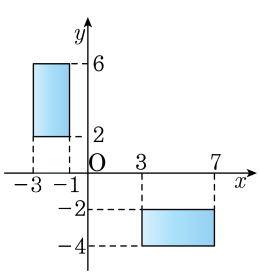
$$\frac{2}{-k-1} = \frac{k+1}{-1},$$

$$(k+1)^2 = 2,$$

$$\therefore k = -1 \pm \sqrt{2} \text{ 따라서 구하는 합은 } (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

2. 다음 그림의 좌표평면 위에서 두 직사각형의 넓이를 모두 이등분하는 직선의 기울기는?

- ① $-\frac{3}{2}$
 ② -1
 ③ $-\frac{3}{4}$
- ④ $-\frac{7}{8}$
 ⑤ $-\frac{1}{2}$



해설

직사각형의 넓이는 두 대각선의 교점을 지나는 직선에 의하여 이등분된다.
 따라서, 두 대각선의 교점의 좌표는 각각 A(-2, 4), B(5, -3) 이므로

직선 AB의 기울기는 $\frac{-3-4}{5-(-2)} = -1$

3. 평행한 두 직선 $3x - 5y + 2 = 0$, $3x - 5y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$
④ $\frac{2\sqrt{34}}{34}$

② $\frac{3\sqrt{17}}{17}$
⑤ $\frac{3\sqrt{34}}{34}$

③ $\frac{\sqrt{34}}{34}$

해설

$3x - 5y + 2 = 0$ 위의 점 $\left(0, \frac{2}{5}\right)$ 에서

$3x - 5y - 1 = 0$ 까지의 거리

$$\frac{\left|3 \cdot 0 - 5 \cdot \frac{2}{5} - 1\right|}{\sqrt{9+25}} = \frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}$$

4. 이차방정식 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 이 원을 나타내도록 상수 k 의 값의 범위를 정하면?

① $k < -5$

② $k > -5$

③ $-5 < k < 5$

④ $k < \sqrt{5}$

⑤ $k > -\sqrt{5}$

해설

원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 을 표준형으로 고치면,

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = k+5$$

이 때, $k+5 > 0$ 이어야 하므로 $k > -5$

5. 서로 다른 두 점에서 만나는 두 원 O, O'이 있다. 이 두 원의 반지름을 각각 r, r' 이라 하고 두 원의 중심 간의 거리를 d 라 할 때, 이 두 원의 성질을 옳게 나타낸 것은?
- ① $d > r + r'$
 - ② $d < |r - r'|$
 - ③ 공통외접선은 1개이다.
 - ④ 공통내접선은 2개이다.
 - ⑤ 두 원의 공통현은 1개이다.

해설

- ① $d < r + r'$
- ② $d > |r - r'|$
- ③ 공통외접선은 2개이다.
- ④ 공통내접선은 없다.

6. 원 $x^2 + y^2 = 9$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선이 점 $(6, 6)$ 을 지날 때, ab 의 값은?

- ① $-\frac{27}{8}$ ② $-\frac{15}{8}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

해설

원 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 방정식은

$ax + by = 9$ 이고

이 접선이 점 $(6, 6)$ 을 지나므로

$$6a + 6b = 9 \quad \therefore a + b = \frac{3}{2}$$

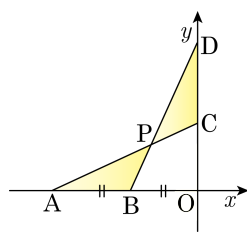
또, 점 (a, b) 는 원 위의 점이므로

$$a^2 + b^2 = 9$$

이때, $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ 에서

$$9 = \frac{9}{4} - 2ab \quad \therefore ab = -\frac{27}{8}$$

7. 다음 그림에서 점 B가 선분 AO의 중점이고, 사각형 PBOC의 넓이는 어두운 두 삼각형 PAB, PCD의 넓이의 합과 같다. 직선 BD의 기울기가 3일 때, 직선 AC의 기울기는?



- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$
 ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

해설

$\triangle ABP = \triangle BOP$ 이므로 $\triangle COP = \triangle CDP$
 따라서, $\overline{CO} = \overline{CD}$, $\overline{BO} = k$ 라 하면

직선 BD의 기울기가 3 이므로

$$\overline{OD} = 3k \text{ 이고 } \overline{CO} = \frac{3}{2}k$$

$$\text{직선 AC의 기울기는 } \frac{\frac{3}{2}k}{2k} = \frac{3}{4}$$

8. 직선 $kx - y + 3k = 1$ 은 k 값에 관계없이 항상 일정한 점 A를 지난다.
이 점 A의 좌표는?

- ① A(-3, -1) ② A(-2, -1) ③ A(-1, -1)
④ A(1, -1) ⑤ A(2, 1)

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면
 $(x + 3)k - (y + 1) = 0$
위 식은 k 값에 관계없이
 $x + 3 = 0$, $y + 1 = 0$ 의 교점을 지난다.
 $\therefore x = -3$, $y = -1$
 $\therefore A(-3, -1)$

9. 점 $(4, 1)$ 과 직선 $4x - 3y - 9 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

- ① 1 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을

이용하면, $\Rightarrow \frac{|4 \times 4 + 1 \times (-3) - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{4}{5}$

10. 두 직선 $2x - y - 1 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중에서 기울기가 양수인 것은?

① $y = x$

② $y = \frac{1}{2}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = \frac{1}{4}x$

⑤ $y = \frac{1}{5}x$

해설

P(x, y) 라 하면,

(i) $2x - y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_1 은

$$d_1 = \frac{|2x - y - 1|}{\sqrt{4 + 1}}$$

(ii) $x + 2y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_2 는

$$d_2 = \frac{|x + 2y - 1|}{\sqrt{1 + 4}}$$

$d_1 = d_2$ 이므로 $|2x - y - 1| = |x + 2y - 1|$

$\therefore 2x - y - 1 = \pm(x + 2y - 1)$

즉, $x - 3y = 0$, $3x + y - 2 = 0$

그런데 기울기가 양수이므로 $x - 3y = 0$

$\therefore y = \frac{1}{3}x$

11. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x - 4)^2 + y^2 = 4$ 의
공통외접선의 길이로 알맞은 것은?

① $\sqrt{15}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{11}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{7}$

해설

중심 $(0, 0)$ 과 $(4, 0)$ 사이의 거리를 구하면 4이다.
두 원의 반지름의 길이가 1과 2이로 공통외접선의
길이는 $\sqrt{4^2 - 1} = \sqrt{15}$ 이다.

12. 점 A $(-4, 1)$ 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① 3

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 10

해설

$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에서

$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$

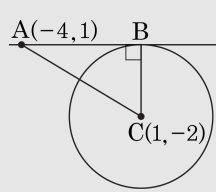
한편, 다음 그림에서

$\overline{AC} = \sqrt{(-4 - 1)^2 + (1 + 2)^2} = \sqrt{34}$

또한, 반지름의 길이가 3 이므로 접선의

길이 $\overline{AB}$ 는

$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{(\sqrt{34})^2 - 3^2} = 5$



13. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 위의 점에서 직선 $y = -x + 4$ 에 이르는 최소 거리는?

① $\sqrt{2} - 1$

② $\sqrt{2}$

③ 3

④ $\sqrt{2} + 1$

⑤ 3

해설

$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 은 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 이므로
원의 중심 $(1, 1)$ 에서 직선 $x + y - 4 = 0$ 까지의 거리 d 는

$$d = \frac{|1 + 1 - 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$$

따라서 구하는 최소 거리는

$$d - (\text{원의 반지름의 길이}) = \sqrt{2} - 1$$