

1. $\sqrt{135 \times a}$ 가 정수가 되는 가장 작은 자연수 a 의 값은?

- ① 17 ② 15 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

해설

$135 \times a$ 가 제곱수이어야 한다. 135 를 소인수분해하면 $3^3 \times 5$ 이다.
따라서, $135a = 3^3 \times 5 \times a$ 꼴이고 제곱수인 3^2 을 제외한 $15a$ 도 제곱수이다.
 \therefore 가장 작은 자연수 a 는 15 이다.

2. 다음 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

보기

$$3.2 \leq \sqrt{4x} \leq 5.2$$

▶ **답:** 개

▷ **정답:** 4개

해설

$$3.2 \leq \sqrt{4x} \leq 5.2 \Rightarrow 1.6 \leq \sqrt{x} \leq 2.6$$
$$\sqrt{2.56} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{6.76}, x = 3, 4, 5, 6$$

3. $(x+4)^2 - 3(x+4)$ 를 인수분해하면?

① $(x+4)(x-1)$ ② $(x-4)(x+1)$ ③ $(x-7)(x+4)$

④ $(x+4)(x+1)$ ⑤ $(x-7)(x+1)$

해설

$$\begin{aligned}(x+4)^2 - 3(x+4) &= (x+4)(x+4-3) \\ &= (x+4)(x+1)\end{aligned}$$

4. 다항식 $(x+y)(x+y-3z)-4z^2$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

- ① $2x+2y-3z$ ② $2x-2y-3z$ ③ $2x-4y+3z$
④ $2x+3y-2z$ ⑤ $2x+2y+3z$

해설

$$\begin{aligned}(x+y) &= A \text{ 라 하면} \\ A(A-3z)-4z^2 &= A^2-3Az-4z^2 \\ &= (A-4z)(A+z) \\ &= (x+y-4z)(x+y+z) \\ \therefore (x+y-4z) + (x+y+z) &= 2x+2y-3z\end{aligned}$$

5. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 근으로 알맞은 것은?

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

- ① $2 \pm \sqrt{2}$ ② $3 \pm \sqrt{2}$ ③ $3 \pm \sqrt{3}$
④ $2 \pm \sqrt{3}$ ⑤ $4 \pm \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x &= -2, x^2 - 4x + 4 = -2 + 4 \\(x-2)^2 &= 2 \\ \therefore x &= 2 \pm \sqrt{2}\end{aligned}$$

6. 다음은 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
- ② y 축에 대칭인 포물선이다.
- ③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ⑤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점은 $(0, 0)$
- ④ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$

7. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

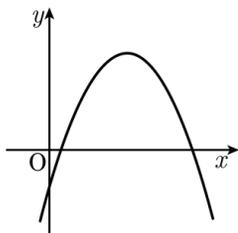
④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

8. 다음 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프에서 a, b, c 의 부호는?



- ① $a < 0, b > 0, c < 0$ ② $a > 0, b < 0, c > 0$
③ $a < 0, b < 0, c > 0$ ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $-ab < 0$
따라서 $b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $-c < 0$
따라서 $c > 0$

9. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(\sqrt{a})^2 = a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$ ③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $-\sqrt{(-a)^2} = a$ ⑤ $\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

④ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = -a$

10. $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)(x-y)$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

해설

$$x + y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$x - y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore (x+y)(x-y) = \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$$

11. 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$ 일 때, $\sqrt{1.3}$ 의 값을 소수 셋째 자리에서 반올림하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1.15

해설

$$\sqrt{1.3} = \sqrt{\frac{12}{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3} \times 1.732 = 1.15$$

12. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2 + 5b$ 의 값은?

① $-1 + 2\sqrt{2}$ ② $-2 + 2\sqrt{2}$ ③ $-2 + 4\sqrt{2}$

④ $-3 + 5\sqrt{2}$ ⑤ $-4 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{2} < 2 \text{이므로 } a &= 1, b = \sqrt{2} - 1 \\ 2a^2 + 5b &= 2 \times 1^2 + 5 \times (\sqrt{2} - 1) \\ &= 2 + 5\sqrt{2} - 5 \\ &= -3 + 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

13. 다음 식을 인수분해하면?

$$(x + 2y - 2z)(x + 2y + 4z) - 7z^2$$

- ① $(x + 2y - 5z)(x + 2y + 3z)$ ② $(x - 2y + 5z)(x - 2y - 3z)$
③ $(x + 2y + 5z)(x + 2y - 3z)$ ④ $(x + 3y + 5z)(x + 2y - 3z)$
⑤ $(x + 2z)(x - 2z)(x^2 + 3)$

해설

$$\begin{aligned}x + 2y &= A \text{ 라 하면} \\(x + 2y - 2z)(x + 2y + 4z) - 7z^2 \\&= (A - 2z)(A + 4z) - 7z^2 \\&= A^2 + 2Az - 15z^2 = (A - 3z)(A + 5z) \\&= (x + 2y + 5z)(x + 2y - 3z)\end{aligned}$$

14. 둘레의 길이가 40 cm 이고 넓이가 96 cm² 인 직사각형이 있다. 세로의 길이보다 가로 길이가 더 길 때, 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 12 cm

해설

가로의 길이를 x cm 라 하자.

$$x(20 - x) = 96$$

$$-x^2 + 20x = 96$$

$$x^2 - 20x + 96 = 0$$

$$\therefore x = 12 (\because x > 10)$$

15. 가로 3cm, 세로 8cm 의 직사각형이 있다. 가로의 길이를 x cm 만큼 늘리고, 세로의 길이를 x cm 만큼 줄였더니, 원래 직사각형 넓이보다 6cm^2 만큼 커졌다. 다음 보기 중, x 를 구하는 이차방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x + 6 = 0$

③ $x^2 - 5x - 6 = 0$

④ $x^2 - 5x - 18 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 18 = 0$

해설

$$3 \times 8 + 6 = (3 + x)(8 - x)$$

$$\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$$

16. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점은 원점이다.
- ② 대칭축은 y 축이다.
- ③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.

해설

③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

17. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + a^2 - \frac{a}{2}$ 의 최솟값이 $\frac{5}{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - \frac{a}{2} = (x+a)^2 - \frac{a}{2}$$

$x = -a$ 일 때, 최솟값이 $-\frac{a}{2}$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = \frac{5}{2} \therefore a = -5$$

18. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$

㉣ $x^2 - 4x + 4$

㉤ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$

㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$

㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$

㉣ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

㉤ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

19. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$, $k = 1$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 6x + 2 = 0$

③ $x^2 + 6x - 4 = 0$

④ $x^2 - 6x + 4 = 0$

⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$

구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로

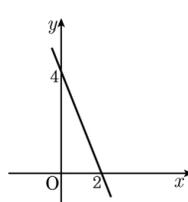
$$\begin{aligned} \text{(두 근의 합)} &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \\ &= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(두 근의 곱)} &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4 \end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 4 ② -4 ③ 8
 ④ -8 ⑤ 0



해설

기울기 $a = -2$, y 절편 $b = 4$

$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x-4)^2 - 4$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값은 -4 이다.

22. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 4초 후

해설

$$y = 40x - 5x^2$$
$$y = -5(x - 4)^2 + 80$$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

23. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(80)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(a)} &= \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} \\ &= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})} \\ &= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a} \\ &= \sqrt{a+1} - \sqrt{a} \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \\ &\quad \dots + (\sqrt{81} - \sqrt{80}) \\ &= \sqrt{81} - \sqrt{1} = 9 - 1 = 8\end{aligned}$$

24. $f(x) = x^2 - 8x - 48$, $f(x)$ 가 40의 약수를 인수를 가질 때, 자연수 x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 52

해설

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x+4)(x-12)$ 이고
40의 약수는 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40이다.
 $f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x+4)(x-12)$ 이므로
 $x+4$ 또는 $x-12$ 가 40의 약수가 되어야 한다.
이때, 자연수 x 가 최댓값을 가지려면,
 $x-12 = 40$ 일 때이므로 $x = 52$

25. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

- ① -15 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 - 4x - a &= (2x + 3)(bx + c) \\ &= 2bx^2 + (3b + 2c)x + 3c \end{aligned}$$

$$2b = 4, b = 2$$

$$2c + 3b = -4, c = -5$$

$$-a = 3c = -15, a = 15$$