1. $\sqrt{135 \times a}$ 가 정수가 되는 가장 작은 자연수 a 의 값은?

① 17 ② 15 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

해설

$135 \times a$ 가 제곱수이어야 한다. 135 를 소인수분해하면 $3^3 \times 5$ 이다.

따라서, $135a = 3^3 \times 5 \times a$ 꼴이고 제곱수인 3^2 을 제외한 $15a$ 도 제곱수이다.

$\therefore$ 가장 작은 자연수 a 는 15 이다.

2. 다음 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

보기

$3.2 \leq \sqrt{4x} \leq 5.2$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$3.2 \leq \sqrt{4x} \leq 5.2 \Rightarrow 1.6 \leq \sqrt{x} \leq 2.6$

$\sqrt{2.56} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{6.76}, \ x = 3, 4, 5, 6$

3. $(x+4)^2-3(x+4)$ 를 인수분해하면?

① $(x+4)(x-1)$ ② $(x-4)(x+1)$ ③ $(x-7)(x+4)$

④ $(x+4)(x+1)$ ⑤ $(x-7)(x+1)$

해설

$$\begin{aligned}(x+4)^2-3(x+4) &= (x+4)(x+4-3)\\ &= (x+4)(x+1)\end{aligned}$$

4. 다항식 $(x+y)(x+y-3z)-4z^2$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

① $2x+2y-3z$ ② $2x-2y-3z$ ③ $2x-4y+3z$

④ $2x+3y-2z$ ⑤ $2x+2y+3z$

해설

$(x+y)=A$ 라 하면

$$\begin{aligned} A(A-3z)-4z^2 &= A^2-3Az-4z^2 \\ &= (A-4z)(A+z) \\ &= (x+y-4z)(x+y+z) \end{aligned}$$

$\therefore\ (x+y-4z)+(x+y+z)=2x+2y-3z$

5. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 근으로 알맞은 것은?

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

① $2 \pm \sqrt{2}$ ② $3 \pm \sqrt{2}$ ③ $3 \pm \sqrt{3}$

④ $2 \pm \sqrt{3}$ ⑤ $4 \pm \sqrt{2}$

해설

$x^2 - 4x = -2, x^2 - 4x + 4 = -2 + 4$

$(x-2)^2 = 2$

$\therefore x = 2 \pm \sqrt{2}$

6. 다음은 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 0)$ 이다.

② y 축에 대칭인 포물선이다.

③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

④ y 의 값의 범위는 $y \le 0$ 이다.

⑤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

① 꼭짓점은 $(0,\ 0)$

④ y 의 값의 범위는 $y \ge 0$

7. 이차함수 $y=(x-1)^2-2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y=(x-1)^2+2$ ② $y=(x+1)^2+2$

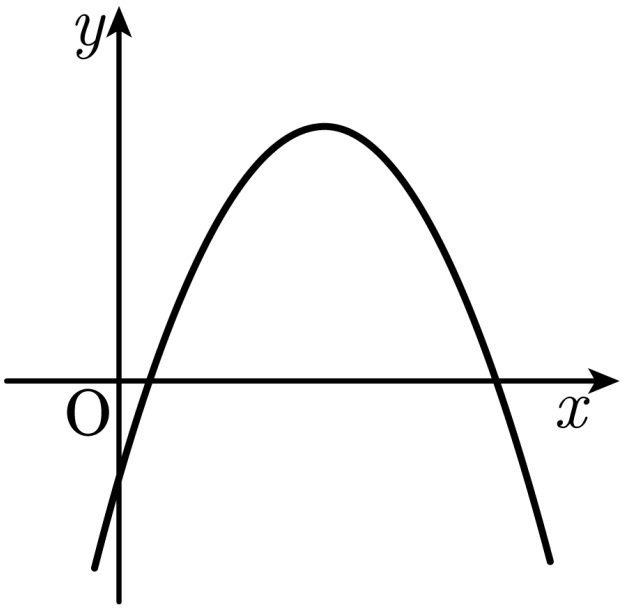
③ $y=(x-1)^2-2$ ④ $y=-(x+1)^2+2$

⑤ $y=-(x-1)^2+2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y=-(x-1)^2+2$ 이다.

8. 다음 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프에서 $a,\ b,\ c$ 의 부호는?



① $a < 0,\ b > 0,\ c < 0$

② $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$

③ $a < 0,\ b < 0,\ c > 0$

④ $a < 0,\ b > 0,\ c > 0$

⑤ $a < 0,\ b < 0,\ c < 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $-ab < 0$

따라서 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $-c < 0$

따라서 $c > 0$

9. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(\sqrt{a})^2 = a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$ ③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $-\sqrt{(-a)^2} = a$ ⑤ $\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

④ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = -a$

10. $x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$, $y=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)(x-y)$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

해설

$$x+y=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

$$x-y=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}-(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

$$\therefore\ (x+y)(x-y)=\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{6}$$

11. 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$ 일 때, $\sqrt{1.\dot{3}}$ 의 값을 소수 셋째 자리에서 반올림하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1.15

해설

$$\sqrt{1.\dot{3}} = \sqrt{\frac{12}{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3} \times 1.732 = 1.15$$

12. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2+5b$ 의 값은?

① $-1+2\sqrt{2}$ ② $-2+2\sqrt{2}$ ③ $-2+4\sqrt{2}$

④ $-3+5\sqrt{2}$ ⑤ $-4+5\sqrt{2}$

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $a=1, b=\sqrt{2}-1$

$2a^2+5b = 2\times 1^2 + 5\times(\sqrt{2}-1)$

$= 2+5\sqrt{2}-5$

$= -3+5\sqrt{2}$

13. 다음 식을 인수분해하면?

$(x+2y-2z)(x+2y+4z)-7z^2$

① $(x+2y-5z)(x+2y+3z)$ ② $(x-2y+5z)(x-2y-3z)$

③ $(x+2y+5z)(x+2y-3z)$ ④ $(x+3y+5z)(x+2y-3z)$

⑤ $(x+2z)(x-2z)(x^2+3)$

해설

$x+2y=A$ 라 하면

$(x+2y-2z)(x+2y+4z)-7z^2$

$=(A-2z)(A+4z)-7z^2$

$=A^2+2Az-15z^2=(A-3z)(A+5z)$

$=(x+2y+5z)(x+2y-3z)$

14. 둘레의 길이가 $40\,\mathrm{cm}$ 이고 넓이가 $96\,\mathrm{cm}^2$ 인 직사각형이 있다. 세로의 길이보다 가로의 길이가 더 길 때, 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\mathrm{cm}}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\mathrm{cm}}$

해설

가로의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$ 라 하자.

$x(20-x)=96$

$-x^2+20x=96$

$x^2-20x+96=0$

$\therefore x=12 (\because x>10)$

15. 가로 3 cm, 세로 8 cm 의 직사각형이 있다. 가로의 길이를 x cm 만큼 늘리고, 세로의 길이를 x cm 만큼 줄였더니, 원래 직사각형 넓이보다 6 cm^2 만큼 커졌다. 다음 보기 중, x 를 구하는 이차방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x + 6 = 0$

③ $x^2 - 5x - 6 = 0$

④ $x^2 - 5x - 18 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 18 = 0$

해설

$3 \times 8 + 6 = (3 + x)(8 - x)$

$\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$

16. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점은 원점이다.

② 대칭축은 y 축이다.

③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ y 의 값의 범위는 $\{y \mid y \le 0\}$ 이다.

해설

③ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

17. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + a^2 - \frac{a}{2}$ 의 최솟값이 $\frac{5}{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$y = x^2 + 2ax + a^2 - \frac{a}{2} = (x+a)^2 - \frac{a}{2}$

$x = -a$ 일 때, 최솟값이 $-\frac{a}{2}$ 이므로

$-\frac{a}{2} = \frac{5}{2} \quad \therefore a = -5$

18. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax+b$ 라 할 때, $a+b=3$ 인 인수 $ax+b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x+2)+(2x-1)(3x+2)$

㉡ $2x(2x+1)-3(1+2x)$

㉢ $(x+2)(x-1)-2(x+2)$

㉣ x^2-4x+4

㉤ $2x^2+7x+6$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

해설

㉠ $2(3x+2)+(2x-1)(3x+2)=(3x+2)(2x+1)$
㉡ $2x(2x+1)-3(1+2x)=(2x+1)(2x-3)$
㉢ $(x+2)(x-1)-2(x+2)=(x+2)(x-3)$
㉣ $x^2-4x+4=(x-2)^2$
㉤ $2x^2+7x+6=(2x+3)(x+2)$

19. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 해가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$

$3(x^2 - 2x) = -k - 2$

$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$

$3(x - 1)^2 = -k + 1$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$, $k = 1$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 6x - 2 = 0$
② $x^2 - 6x + 2 = 0$
③ $x^2 + 6x - 4 = 0$
④ $x^2 - 6x + 4 = 0$
⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

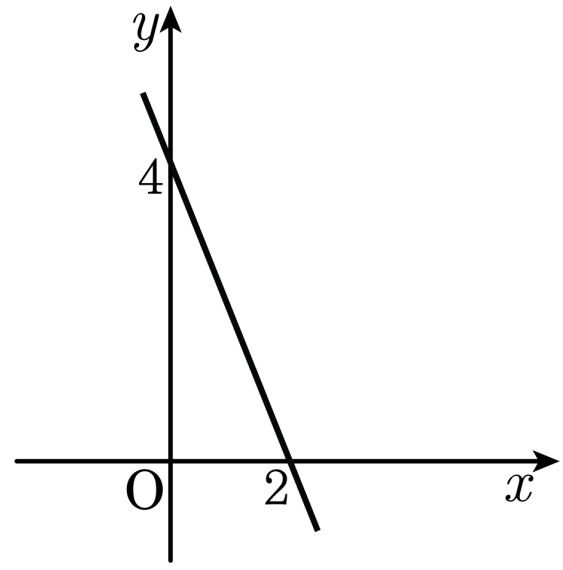
α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로
$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$
구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{두 근의 합}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \\ &= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{두 근의 곱}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4\end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$ 의 최솟값을 구하면?



① 4 ② −4 ③ 8

④ −8 ⑤ 0

해설

기울기 $a = -2$, y 절편 $b = 4$

$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x-4)^2 - 4$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값은 -4 이다.

22. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : 초 후

▷ 정답 : 4초 후

해설

$y = 40x - 5x^2$

$y = -5(x-4)^2 + 80$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

23. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(80)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}}$$

$$= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})}$$

$$= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a}$$

$= \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$ 이므로

(준식) $= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) +$

$\cdots + (\sqrt{81} - \sqrt{80})$

$= \sqrt{81} - \sqrt{1} = 9 - 1 = 8$

24. $f(x) = x^2 - 8x - 48$, $f(x)$가 40의 약수를 인수를 가질 때, 자연수 x의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$ 이고
40 의 약수는 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 이다.
$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$ 이므로
$x + 4$ 또는 $x - 12$ 가 40 의 약수가 되어야 한다.
이때, 자연수 x 가 최댓값을 가지려면,
$x - 12 = 40$ 일 때이므로 $x = 52$

25. $4x^2 - 4x - a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해되고, 이 중 한 인수가 $2x + 3$ 일 때, a 의 값은?

① -15 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 15

해설

$$4x^2 - 4x - a = (2x + 3)(bx + c)$$
$$= 2bx^2 + (3b + 2c)x + 3c$$

$2b = 4,\ b = 2$

$2c + 3b = -4,\ c = -5$

$-a = 3c = -15,\ a = 15$