

1. 11 이하의 자연수 중에서 3 으로 나누었을 때 나머지가 2 인 수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $2 \notin A$

② $5 \in A$

③ $7 \notin A$

④ $10 \in A$

⑤ $11 \notin A$

해설

① $2 \in A$

④ $10 \notin A$

⑤ $11 \in A$

2. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 자연수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$, $C = \{11, 13, 15\}$ 일 때, 다음 빈 칸에 들어갈 기호를 순서대로 알맞게 쓴 것은?

$A \square B, \quad B \square C, \quad A \square C$

- ① $\subset, \supset, \supset$ ② $\subset, \not\subset, \supset$ ③ $\not\subset, \supset, \supset$
④ $=, \subset, \supset$ ⑤ $\supset, =, \supset$

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\},$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\},$
 $C = \{11, 13, 15\}$ 이므로,
 $A \not\subset B, B \supset C, A \supset C$ 이다.

3. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$2^n = 8 \therefore n = 3$$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = B$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset B$

③ $A \cap B = B$

④ $(B \cap \emptyset) \cup A = \emptyset$

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B) \subset B$

해설

$A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$ 이다.

④ $(B \cap \emptyset) \cup A = \emptyset \cup A = A$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 는 $B \subset A$ 와 같으므로 옳지 않다.

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

6. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

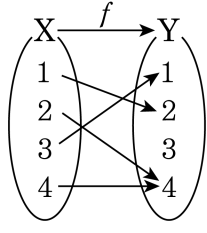
- ㉠ 함수가 아니다.

㉡ 정의역은 1, 2, 3, 4이다.

㉢ 공역은 1, 2, 3, 4이다.

㉣ 치역은 1, 2, 3, 4이다.

㉤ 일대일대응이다.



- ① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응하므로 함수이다.

㉡, ㉢ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4이다.

㉣ 치역은 1, 2, 4이다.

㉤ $f(2) = f(4) = 4$ 이고, $Y \neq f(x)$ 이므로 일대일대응이 아니다.

7. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 중에서 $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족시키는 것의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

역함수 f^{-1} 가 존재하므로, f 는 일대일대응이다.

(i) $f(1) = 1$ 일 때,

$f(2) = 2, f(3) = 3$ 또는 $f(2) = 3, f(3) = 2$

(ii) $f(1) = 2$ 일 때,

$f(2) = f^{-1}(2) = 1$ 이므로 $f(3) = 3$

(iii) $f(1) = 3$ 일 때,

$f(3) = f^{-1}(3) = 1$ 이므로 $f(2) = 2$

(i), (ii), (iii)에서 함수 f 의 개수는 4개이다.

8. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 $B = \{x + y \mid x \in A, y \in A\}$, $C = \{xy \mid x \in A, y \in A\}$ 일 때, 집합 A, B, C 이 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $A \subset B \subset C$
- ② $A = B \subset C$
- ③ $A = C \subset B$
- ④ $B \subset C \subset A$
- ⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$A = \{-1, 0, 1\}$,
 $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$,
 $C = \{-1, 0, 1\}$
 $\therefore A = C \subset B$

9. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{3, 5, 7\}$ 일 때, 다음 중 $(B \cap A^c) - A$ 와 같은 집합은?

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $\emptyset$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 $(B \cap A^c) - A = (B - A) - A = \{3, 5, 7\} - \{1, 2, 4, 8\} = \{3, 5, 7\}$ 이다.
따라서 B 와 같다.

10. x, y, z 가 실수일 때, 다음 중 조건 p 가 조건 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은?
- ① $p : x$ 는 2 의 배수, $q : x$ 는 6 의 배수
 - ② $p : x$ 는 16 의 약수, $q : x$ 는 8 의 약수
 - ③ $p : x > 0$ 또는 $y > 0$, $q : x + y > 0$
 - ④ $p : (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$, $q : x = y = z$
 - ⑤ $p : x, y$ 는 정수, $q : x + y, xy$ 는 정수

해설

- ① 2 의 배수 중 4 는 6 의 배수가 아니므로 $p \not\Rightarrow q$
6 의 배수는 모두 2 의 배수이므로 $p \Leftarrow q$
따라서, p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
- ② 16 의 약수 중 16 은 8 의 약수가 아니므로 $p \not\Rightarrow q$
8 의 약수는 모두 16 의 약수이므로 $p \Leftarrow q$
따라서, p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
- ③ $x = 1, y = -3$ 이면 $x + y = -2 < 0$ 이므로 $p \not\Rightarrow q$
 $x + y > 0$ 이면 $x > 0$ 또는 $y > 0$ 이므로 $p \Leftarrow q$
따라서, p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
- ④ $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow x - y = y - z = z - x = 0 \Leftrightarrow x = y = z$
따라서, p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
- ⑤ x, y 가 정수이면 $x + y, xy$ 도 정수이므로 $p \Rightarrow q$
 $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 이면 $x + y, xy$ 는 정수이지만 x, y 는 정수가 아니므로 $p \not\Leftarrow q$
따라서, p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

11. 다음에서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건인 것은? (단, a, b, c 는 실수)

- ① $p : a = 1, b = 1, q : a + b = 2, ab = 1$
- ② $p : a, b$ 는 짝수, $q : a + b$ 는 짝수
- ③ $p : a = b, q : ac = bc$
- ④ $p : a - 1 = 0, q : a^2 - 1 = 0$
- ⑤ $p : ab > 0, q : |a + b| = |a| + |b|$

해설

Ⓒ 충분조건 Ⓓ 충분조건 Ⓔ 충분조건
Ⓕ 충분조건 $|a + b| = |a| + |b| \Leftrightarrow ab \geq 0$

12. 실수 x, y 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $x > y$ 이면, $x^2 > y^2$ 이다.

㉡ $x^2 + y^2 \geq xy$

㉢ $x > y$ 이면 $x^3 > y^3$ 이다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

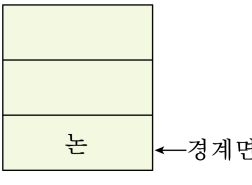
④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠. (반례) $x = 2, y = -3$ 일 때, $4 < 9 \quad \therefore$ 거짓
- ㉡. $x^2 + y^2 - xy = \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0$
 $\therefore x^2 + y^2 \geq xy$
 $\therefore$ 참
- ㉢. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
 $x - y > 0, x^2 + xy + y^2 = \left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 > 0$
 $\therefore x^3 - y^3 > 0, x^3 > y^3$
 $\therefore$ 참

13. 한 농부가 다음 그림과 같이 바깥쪽으로 철조망을 치고 안쪽에 2개의 철조망을 설치하여 세 개의 직사각형 모양의 논의 경계선을 만들려고 한다. 논 바깥쪽 경계를 표시하는 철조망은 1m에 3만원, 논 안쪽의 경계를 표시하는 철조망은 1m에 1만원의 비용이 든다면 넓이가 27m²인 논의 경계선을 만들 때의 최소비용은? (단, 철조망 두께는 생각하지 않는다)



- ① 70만원 ② 71만원 ③ 72만원
 ④ 73만원 ⑤ 74만원

해설

논의 세로의 길이를 x 라 하면
 가로 길이는 $\frac{27}{x}$ m이므로
 총 비용은

$$3 \times 2x + 3 \times \frac{27}{x} \times 2 + \frac{27}{x} \times 2$$

$$= 6x + \frac{162}{x} + \frac{54}{x}$$

$$= 6x + \frac{216}{x}$$

$$\geq 2\sqrt{6x \cdot \frac{216}{x}}$$

$$= 2\sqrt{1296} = 2 \times 36 = 72$$
 $\therefore$ 최소비용은 72만 원

14. 임의의 두 양수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 이고 $f(3) = 1$ 일 때, $f(27)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 3, y = 3$ 일 때

$$f(9) = f(3 \cdot 3) = f(3) + f(3) = 1 + 1 = 2$$

$x = 9, y = 3$ 일 때

$$f(27) = f(9 \cdot 3) = f(9) + f(3) = 2 + 1 = 3$$

15. 집합 $X = \{1, 2\}$ 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = ax - 3$, $g(x) = 2x + b$ 에 대하여 $f = g$ 가 되도록 하는 상수 a , b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$f(1) = g(1)$ 에서 $a - 3 = 2 + b$
 $\therefore a - b = 5 \cdots \textcircled{1}$
 $f(2) = g(2)$ 에서 $2a - 3 = 4 + b$
 $\therefore 2a - b = 7 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $a = 2$, $b = -3$
 $\therefore a - b = 2 - (-3) = 5$