

1. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 찾아라.

① 7 보다 작은 자연수의 모임

② 키가 큰 나무의 모임

③ 월드컵을 개최한 나라의 모임

④ 우리 반에서 농구를 잘 하는 학생의 모임

⑤ 15의 약수의 모임

해설

‘키가 큰’, ‘농구를 잘하는’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $2 \notin \{0, 1\}$

② $1 \in \{1, 5\}$

③ $4 \notin \{1, 2, 3\}$

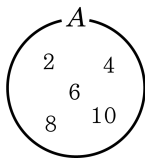
④ $3 \in \{1, 5, 9\}$

⑤ $10 \notin \{1, 2, 5, 7\}$

해설

$3 \notin \{1, 5, 9\}$

3. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?



- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이다.

4. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{0\}$

② $\{\emptyset\}$

③ $\emptyset$

④ $\{0, 2\}$

⑤ $\{0, 1, 2\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고, $A = \{x|x\text{는 } 30\text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

① $n(B) = 10$

② $\{x|x\text{는 } 30\text{ 이하의 } 6\text{의 배수}\} \supset A$

③ $\{x|x\text{는 } 3\text{의 배수}\} \subset B$

④ $n(A) = n(B)$

⑤ $B - A \neq \emptyset$

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

그러므로 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\} = B$ 이다.

② $\{x|x\text{는 } 30\text{ 이하의 } 6\text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, 24, 30\} \subset A$

③ $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, \dots\} \supset B$

⑤ $B - A = \emptyset$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3 을 포함하고 원소 6 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?

① $\emptyset$

② $\{1, 6\}$

③ $\{1, 4, 12\}$

④ $\{1, 3, 4, 10\}$

⑤ $\{1, 3, 4, 12\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로

① 원소 1, 3 이 포함되지 않음.

② 원소 6 이 포함.

③ 원소 3 이 포함되지 않음.

④ $\{1, 3, 4, 10\} \not\subset A$

⑤ $\{1, 3, 4, 12\} \subset A$

7. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap \emptyset = \emptyset$

② $A \cup \emptyset = A$

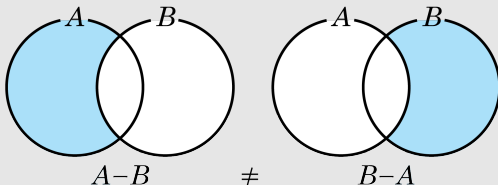
③ $A^c = U - A$

④ $A - B = A - (A \cap B)$

⑤ $A - B = B - A$

해설

⑤ 벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



$\therefore A - B \neq B - A$

8. 다음 문장 중 명제인 것을 모두 고르면?

① 북한산은 아름답다.

② 미국의 수도는 뉴욕이다.

③ 거짓말은 나쁘다.

④ 우리나라의 미래는 청소년에게 달렸다.

⑤ 세계에서 가장 긴 강은 나일강이다.

해설

② 거짓, ⑤ 참
따라서 명제는 ②, ⑤ 이다.

9. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{2(a+b)}, \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

② $\sqrt{2(a+b)} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④ $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2(a+b)})^2 - (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \\ &= 2(a+b) - (a + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b) \\ &= a - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b \\ &= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \\ & \text{(단, 등호는 } a = b \text{ 일 때 성립)} \end{aligned}$$

따라서 $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

10. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

a, b 는 양수이므로

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

$$= 5 + ab + \frac{4}{ab} \geq 5 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

$\therefore$ 최솟값은 9

11. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c} \\ &= 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{b} + 1 + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + 1 \\ &= 3 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \text{에서} \end{aligned}$$

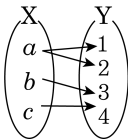
$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2$$

$$\sqrt{\frac{c}{a} \cdot \frac{a}{c}} = 2, \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{\frac{c}{b} \cdot \frac{b}{c}} = 2$$

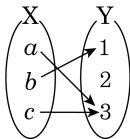
따라서 주어진 식의 최솟값은 $3 + 2 + 1 = 6$

12. 다음 대응 중 함수인 것은?

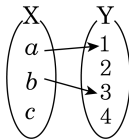
①



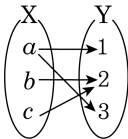
②



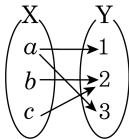
③



④



⑤

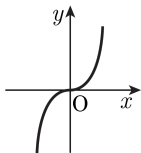


해설

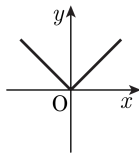
집합 X 의 모든 원소 각각에 대하여 집합 Y 의 원소가 하나씩만 대응하여야 하므로 함수의 정의에 맞는 것은 ②번이다.

13. 다음 중 함수의 그래프가 아닌 것은?

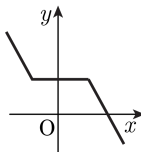
①



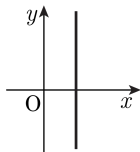
②



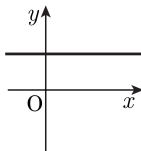
③



④



⑤



해설

함수가 되기 위한 2가지 조건

(i) 정의역에 있는 모든 원소가 빠짐없이 공역에 있는 원소에 대응되어야 한다.

(ii) 정의역에 있는 각각의 원소가 공역의 오직 하나의 원소에 대응되어야 한다.

④ : x 의 한 값 x_1 에 y 의 값이 무수히 많이 대응되고 있으므로 함수가 될 수 없다.

14. $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = |2x - 3|$ 으로 주어질 때, 다음 중 $f(X)$ 의 원소가 아닌 것은 무엇인가? (단, $f(X)$ 는 함수 f 의 치역)

① 1

② 2

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$f(x) = |2x - 3|$ 에서

$f(1) = 1$, $f(2) = 1$, $f(3) = 3$, $f(4) = 5$, $f(5) = 7$ 이므로

$f(X) = \{1, 3, 5, 7\}$

$\therefore 2 \notin f(X)$

15. 다음 중 항등함수를 찾으려면?

① $f(x) = x$

② $f(x) = x + 1$

③ $f(x) = x - 1$

④ $f(x) = x^2$

⑤ $f(x) = x^2 + 1$

해설

항등함수는 $f(x) = x$ 또는 $y = x$ 이다.