

1. x 에 대한 이차방정식 $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}, -2$ ② $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{7}{2}, 2$
④ $-\frac{2}{7}, 2$ ⑤ $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이므로

$$D = (5m+2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m+1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m+2)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

2. 방정식 $(k^2 - 3)x + 1 = -k(2x - 1)$ 에 대하여 해가 무수히 많이 존재하기 위한 k 의 값을 k_1 , 해가 존재하지 않기 위한 k 의 값을 k_2 라 할 때, $k_1 + k_2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 3

③ -3

④ 1

⑤ -2

해설

$$(k^2 + 2k - 3)x = k - 1, \quad (k - 1)(k + 3)x = k - 1$$

$k = 1$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ (부정)

$$\therefore k_1 = 1$$

$k = -3$ 일 때, $0 \cdot x = -4$ (불능)

$$\therefore k_2 = -3$$

$$\therefore k_1 + k_2 = -2$$

3. 이차방정식 $|x^2 - 5| = 4x$ 의 모든 근의 합은?

① 5

② 0

③ 6

④ 10

⑤ 12

해설

i) $x^2 - 5 \geq 0 \Rightarrow x \leq -\sqrt{5}$ 또는 $x \geq \sqrt{5} \dots \textcircled{\Gamma}$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5) = 0$$

$$x = -1 \text{ 또는 } 5$$

$$\Rightarrow x = 5 (\because \textcircled{\Gamma})$$

ii) $x^2 - 5 < 0 \Rightarrow -\sqrt{5} < x < \sqrt{5} \dots \textcircled{\Delta}$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x-1)(x+5) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } -5$$

$$\Rightarrow x = 1 (\because \textcircled{\Delta})$$

$\therefore$ 근의 합 : 6

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 10x + m^2 - 2m = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, m 의 값은? (단, $m > 1$)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

한 근을 2α 라고 하면 다른 한 근은 3α 이다
근과 계수와의 관계를 이용하면

$$2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10, \alpha = 2$$

$$\therefore (2\alpha) \times (3\alpha) = 6\alpha^2 = m^2 - 2m$$

$$\therefore m^2 - 2m - 24 = 0$$

$$(m + 4)(m - 6) = 0 \quad \therefore m = 6 \quad (\because m > 1)$$

5. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$$\alpha + \beta = 3$$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$

즉, $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$ 이다.

$$\begin{aligned}\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} &= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} \\ &= \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$$

$f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$