1. 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 2장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 정수의 개수는?

① 12개 ② 16개 ③ 18개 ④ 20개 ⑤ 25개

해설

십의 자리에는 1 ~ 4 중 어느 것을 놓아도 되므로 4가지가 있고, 일의 자리에는 십의 자리에서 사용한 하나를 제외한 4가지가 있으므로 구하는 경우의 수는 $4 \times 4 = 16$ (개)이다.

2. 재민, 원철, 민수, 재영 4명의 후보 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는?

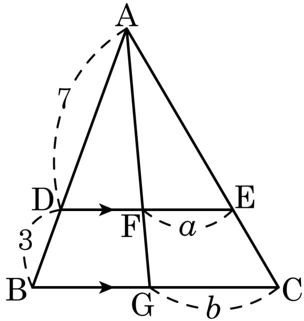
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

4명 중에서 2명을 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$(가지)이다.
그런데 원철, 민수가 대표가 되는 경우는 (원철, 민수), (민수, 원철)로 2가지가 같고, 다른 경우도 모두 2가지씩 중복된다.

그러므로 구하는 경우의 수는 $\dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$(가지)이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이고, $\overline{AD}=7$, $\overline{BD}=3$ 일 때, a 를 b 에 관한 식으로 나타내면?



① $a=\frac{4}{7}b$ ② $a=\frac{7}{3}b$ ③ $a=\frac{5}{4}b$

④ $a=\frac{7}{10}b$ ⑤ $a=\frac{7}{2}b$

해설

$\overline{BC}//\overline{DE}$ 이므로

$\overline{AD}:\ \overline{AB}=\overline{AF}:\ \overline{AG}=7:(7+3)=7:10\ \cdots$ ㉠

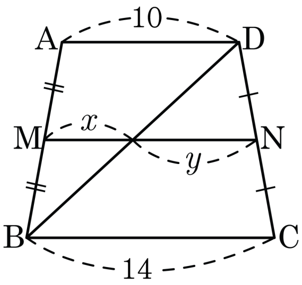
또, $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이면 $\overline{GC}//\overline{FE}$ 이므로

$\overline{AF}:\ \overline{AG}=\overline{EF}:\ \overline{CG}=a:b\ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a\ :b=7\ :10$

$10a=7b$ 이므로 $a=\frac{7}{10}b$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 이 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 중점일 때, $x+y$ 의 값은?



① 2　② 5　③ 7　④ 12　⑤ 35

해설

$x : 10 = 1 : 2$

$x = 5$

$y : 14 = 1 : 2$

$y = 7$

$\therefore\ x + y = 12$

5. $\sqrt{12}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $\sqrt{48}$ 의 소수 부분을 a 를 사용한 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $a-1$　② a　③ $2a-1$

④ $2a$　⑤ $3a$

해설

$3 < \sqrt{12} < 4$ 이므로 $\sqrt{12}$ 의 정수 부분 3 , 소수 부분 $a = \sqrt{12}-3 = 2\sqrt{3}-3$

$6 < \sqrt{48} < 7$ 이므로 $\sqrt{48}$ 의 정수 부분 $b = 6$, 소수 부분 $= \sqrt{48}-6 = 4\sqrt{3}-6$

$\therefore 4\sqrt{3}-6 = 2\left(2\sqrt{3}-3\right) = 2a$

6. 다음 두 식 $3x^2-8x+5, 6x^2-7x-5$ 의 공통인 인수로 알맞은 것을 고르면?

① $3x-5$ ② $x-1$ ③ $2x+1$

④ $x+4$ ⑤ $3x+5$

해설

$3x^2-8x+5=(3x-5)(x-1)$

$6x^2-7x-5=(3x-5)(2x+1)$

공통인 인수 : $3x-5$

7. $x^2 - \frac{1}{4}x + a$이 완전제곱식이 되도록 a 값을 정할 때, $\frac{1}{a}$의 값은?

① $\frac{1}{128}$ ② $\frac{1}{64}$ ③ 0 ④ 64 ⑤ 128

해설

$$\left(x - \frac{1}{8}\right)^2 = x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{64}$$

$$a = \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{a} = 64$$

8. 다음 등식을 만족하는 상수 m, n 의 값은?

$$x^2 + 6x + m = (x+n)^2$$

① $m = 9, n = 3$ ② $m = 9, n = -3$ ③ $m = 9, n = 6$
④ $m = 3, n = 3$ ⑤ $m = 3, n = -3$

해설

$x^2 + 6x$ 가 완전제곱식이 되려면 $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$ 이므로 $m = 9, n = 3$ 이다.

9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -16)$ 을 지난다고 한다. 이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① -4 ② 4 ③ -3 ④ 3 ⑤ 0

해설

점 $(2, -16)$ 을 지나므로 이차함수식 $y = ax^2$ 에 대입하면
$-16 = 4a, \quad a = -4$

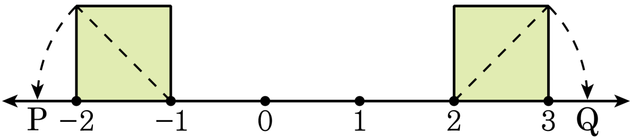
10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(2,\ 2)$ 를 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 3)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5　② -3　③ 0　④ 3　⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(1,\ 3)$ 이므로 $y = a(x-1)^2 + 3$
$(2,\ 2)$ 를 대입하면 $2 = a + 3$, $a = -1$
따라서 구하는 식은
$y = -(x-1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$ 이므로
$b = 2, c = 2$
$\therefore\ a + b + c = 3$

11. 아래 수직선에서 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?



① 0　　② 1　　③ 3

④ $2\sqrt{2}$　　⑤ $1+\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 1 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$
점 P 의 좌표 $a=-1-\sqrt{2}$, 점 Q 의 좌표 $b=2+\sqrt{2}$ 이므로
$a+b=-1-\sqrt{2}+2+\sqrt{2}=1$

12. 다음 수의 분모의 유리화가 틀린 것은?

① $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=-5-2\sqrt{6}$

② $\dfrac{\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{5\sqrt{2}-3\sqrt{6}}{2}$

③ $\dfrac{\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}=3\sqrt{2}+4$

④ $\dfrac{4\sqrt{2}}{2-2\sqrt{2}}=-2\sqrt{2}+4$

⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{5}+1}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

해설

④ $\dfrac{4\sqrt{2}(2+2\sqrt{2})}{(2-2\sqrt{2})(2+2\sqrt{2})}=\dfrac{8\sqrt{2}+16}{4-8}=-2\sqrt{2}-4$

13. $a^2b+2ab-2a-4$, $2a^2+4a-2ab-4b$를 인수분해했을 때 공통인 인수는?

① a ② $a+b$ ③ $a+2$

④ $a-b$ ⑤ $ab-2$

해설

$$
\begin{aligned}
a^2b+2ab-2a-4 &= ab(a+2)-2(a+2) \\
&= (a+2)(ab-2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
2a^2+4a-2ab-4b &= 2a(a+2)-2b(a+2) \\
&= 2(a+2)(a-b)
\end{aligned}
$$

14. x 에 관한 이차식 $(x-a+2)(x+5-2a)$ 가 완전제곱식이 되기 위한 a 의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$-a+2=5-2a$

$\therefore a=3$

15. 다음 그림과 같이 넓이가 $3x^2-4xy-4y^2$ 인 직사각형의 둘레의 길이는?

넓이 $=3x^2-4xy-4y^2$

① $4x$ ② $8x$ ③ $8x+4y$

④ $4xy$ ⑤ $8y$

해설

$3x^2-4xy-4y^2=(3x+2y)(x-2y)$

따라서 둘레의 길이는 $2\times(3x+2y+x-2y)=8x$ 이다.

16. $x^2-4xy+3y^2-6x+2y-16$ 을 인수분해 하였더니$(x+ay+b)(x+cy+d)$ 가 되었다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -3 ⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,

$x^2-(4y+6)x+3y^2+2y-16$

$=x^2-(4y+6)x+(3y+8)(y-2)$

$=(x-3y-8)(x-y+2)$

$\therefore\ a=-3,\ b=-8,\ c=-1,\ d=2$

$\therefore\ -3-8-1+2=-10$

17. $x^2-2xy+y^2-5x+5y+4$ 를 인수분해하면?

① $(x-y-4)(x-y-1)$ ② $(x-y+4)(x-y+1)$

③ $(x+y+4)(x+y+1)$ ④ $(x+y-4)(x+y-1)$

⑤ $(x-y-4)(x-2y-1)$

해설

$$x^2-2xy+y^2-5x+5y+4$$
$$=(x-y)^2-5(x-y)+4$$
$$=(x-y-4)(x-y-1)$$

18. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

② 아래로 볼록하다.

③ 꼭짓점은 원점이고 축은 y축이다.

④ $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

해설

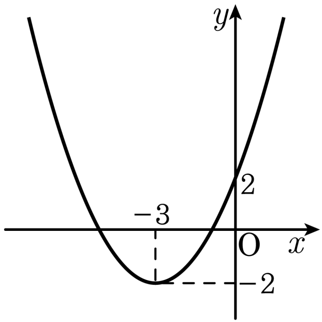
① y의 값의 범위는 $y \leq 0$

② 위로 볼록하다.

④ $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

19. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -2)$ 이고 그래프 모양이 다음 그림과 같은 이차함수의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 $a,\ p,\ q$ 의 곱 apq 의 값은?



① -2 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{8}{3}$ ⑤ -3

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, -2)$ 이고 y 절편이 2 이므로 다른 한 점 $(0, 2)$ 를 지난다.

$y = a(x+3)^2 - 2$ 에 $(0, 2)$ 를 대입하면 $2 = 9a - 2$, $a = \frac{4}{9}$

이므로 $y = \frac{4}{9}(x+3)^2 - 2$ 인 식이 된다.

따라서 $apq = \frac{4}{9} \times 3 \times (-2) = -\frac{8}{3}$ 이다.

20. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 $x$cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y$cm^2 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{31}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

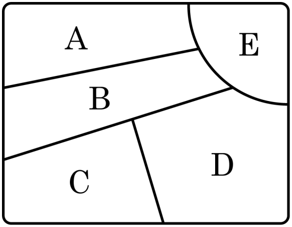
해설

줄어든 가로의 길이는 $(8-x)$cm ,
늘어난 세로의 길이는 $(6+2x)$cm 에서

$$\begin{aligned} y &= (8-x)(6+2x) \\ &= 48+10x-2x^2 \\ &= -2\left(x^2-5x+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}\right)+48 \\ &= -2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x=\frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

21. 다음 그림과 같은 A, B, C, D, E의 각 부분에 빨강, 파랑, 노랑, 초록, 보라의 5가지 색을 칠하려고 한다. 같은 색을 두 번 이상 사용할 수는 있으나 이웃한 면은 반드시 다른 색을 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 540 가지

해설

서로 같은 색을 칠할 수 있는 순서쌍은 A – C, A – D, C – E가 있다.

5가지 색을 사용하는 경우 : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)

4가지 색을 사용하는 경우 : $3 \times (5 \times 4 \times 3 \times 2) = 360$ (가지)

3가지 색을 사용하는 경우 : $5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)

$\therefore\ 120 + 360 + 60 = 540$ (가지)

22. 양궁 선수 A 가 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{2}{5}$ 이고, A, B 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.
B, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률이 $\frac{5}{7}$ 일 때, A, C 가 함께 목표물을 향하여 화살을 쏜다면 적어도 한 명이 명중시킬 확률은?

① $\frac{10}{35}$ ② $\frac{14}{35}$ ③ $\frac{18}{35}$ ④ $\frac{22}{35}$ ⑤ $\frac{26}{35}$

해설

B, C 의 명중률을 각각 b, c 라 하면

$$1-\frac{3}{5}\times(1-b)=\frac{3}{5}$$

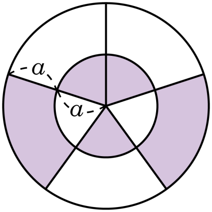
$$\frac{2}{5}=\frac{3}{5}\times(1-b),\ 1-b=\frac{2}{3},\quad \therefore b=\frac{1}{3}$$

$$1-\frac{2}{3}\times(1-c)=\frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{7}=\frac{2}{3}\times(1-c),\ 1-c=\frac{3}{7},\quad \therefore c=\frac{4}{7}$$

$\therefore$ A, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $1-\frac{3}{5}\times\frac{3}{7}=1-\frac{9}{35}=\frac{26}{35}$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 다트판이 있다. 다트를 한 번 던져서 색칠한 부분에 맞힐 확률을 구하여라. (단, 원을 똑같이 5등분 하였다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{20}$

해설

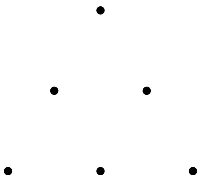
(구하는 확률)

$$= \frac{\pi a^2 \times \frac{3}{5} + \left\{\pi \times (2a)^2 - \pi a^2\right\} \times \frac{2}{5}}{\pi \times (2a)^2}$$

$$= \frac{\frac{3}{5} + \frac{6}{5}}{4}$$

$$= \frac{9}{20}$$

24. 다음 그림과 같이 이웃하는 점 사이의 거리가 모두 같은 6 개의 점이 찍혀 있다. 3 개의 점으로 하여 삼각형을 만들 때, 직각삼각형이 될 확률을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{6}{17}$

해설

전체 경우의 수는 $6+5+4+3+2+1-3=17$

직각삼각형이 되는 경우는 정삼각형을 이등분한 경우뿐이므로 6 가지

$\therefore \dfrac{6}{17}$

25. 다음 보기 중에서 서로 닮은 도형은 모두 몇 개인가?

보기

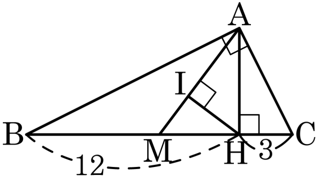
두 구, 두 정사면체, 두 정팔각기둥,
두 원뿔, 두 정육면체, 두 정육각형,
두 마름모, 두 직각삼각형, 두 직육면체,
두 원기둥, 두 직각이등변삼각형

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 4 개

해설

서로 닮은 도형은 구와 정사면체, 정육각형, 정육면체, 직각이등변삼각형이다.

26. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC에서 점 M이 $\overline{BC}$의 중점이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AM} \perp \overline{HI}$ 일 때, $\overline{AI}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{22}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ 5

해설

점 M은 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{15}{2}$

$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$ 이므로 $\overline{AH}^2 = 12 \times 3$

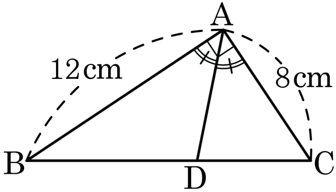
$\overline{AH} = 6$

$\triangle AIH \backsim \triangle AHM$ 이므로 $6^2 = \overline{AI} \cdot \overline{AM}$

$6^2 = \overline{AI} \times \frac{15}{2}$

$\therefore \ \overline{AI} = \frac{24}{5}$

27. 다음 그림과 같이 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{AC} = 8cm$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하면?



① $\frac{48}{5}cm^2$ ② $\frac{96}{5}cm^2$ ③ $40cm^2$
④ $45cm^2$ ⑤ $\frac{75}{2}cm^2$

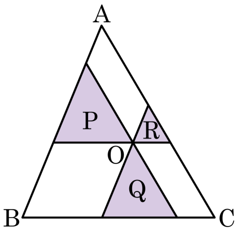
해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\triangle ABC = 12 \times 8 \times \frac{1}{2} = 48(cm^2)$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$

$\therefore\ \triangle ADC = \triangle ABC \times \frac{2}{5} = 48 \times \frac{2}{5} = \frac{96}{5}(cm^2)$

28. 다음 그림은 $\triangle ABC$ 내부의 한 점 O 를 지나고, 각 변에 평행한 직선을 그은 것이다. 삼각형 P, Q, R 의 넓이가 각각 $9\,cm^2$, $4\,cm^2$, $1\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 에서 삼각형 P, Q, R 을 뺀 나머지 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $22\,cm^2$

해설

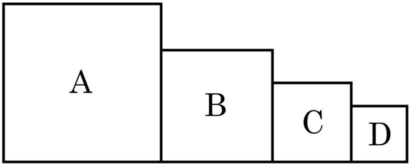
삼각형 P, Q, R 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비는

$3:2:1:6$

넓이의 비는 $9:4:1:36$

$\therefore$ 구하는 넓이는 $36-(9+4+1)=22(cm^2)$

29. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm^2 일 때, D 의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4}$ cm ② $\frac{1}{2}$ cm ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

해설

$(\mathrm{B}의\ 넓이) = \frac{1}{2} \times (\mathrm{A}의\ 넓이)$

$(\mathrm{C}의\ 넓이) = \frac{1}{2} \times (\mathrm{B}의\ 넓이) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (\mathrm{A}의\ 넓이)$

$(\mathrm{D}의\ 넓이) = \frac{1}{2} \times (C의\ 넓이)$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (A의\ 넓이)$

A 의 넓이가 4 cm^2 이므로

$(\mathrm{D}의\ 넓이) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$

따라서 $(\mathrm{D}의\ 넓이) = (한\ 변의\ 길이)^2 = \frac{1}{2}(\mathrm{cm}^2)$ 이므로

$(한\ 변의\ 길이) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathrm{cm})$ 이다.

30. 실수 x, y에 대하여 연산 ◎를 $x◎y= \sqrt{3}x+\sqrt{3}y+\sqrt{2}xy$라 하자. 등식 $(a◎2)+(2a◎1)=b\sqrt{3}+20\sqrt{2}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 14　② 17　③ 21　④ 23　⑤ 25

해설

$$
\begin{aligned}
&(a◎2)+(2a◎1)\\
&=\sqrt{3}a+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}a+2\sqrt{3}a+\sqrt{3}+2\sqrt{2}a\\
&=(a+2+2a+1)\sqrt{3}+(2a+2a)\sqrt{2}\\
&=(3a+3)\sqrt{3}+4a\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

$b=3a+3,\ 4a=20$이므로 $a=5,\ b=18$

$\therefore\ a+b=23$

31. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

① 서로 다른 두 실근을 갖는다.

② 중근을 갖는다.

③ 근이 없다.

④ k 의 값에 따라 달라진다.

⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k+1) > 0$

$\therefore\ k > -1$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4+k) > 0\ (\because k > -1)$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

32. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,

이차방정식 $mx^2 + (k - 2)x + 2 = 0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\dfrac{b}{a}$ 라고 한다. $a + b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$D = (k - 2)^2 - 8m = 0$

$(k - 2)^2 = 8m$ 이므로

$(m, k) = (2, 6)$ 이다.

확률은 $\dfrac{1}{36}$ 이다.

$\therefore\ a + b = 37$

33. 한 원 위에 n개의 점을 잡아 n각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35개 일 때, n의 값은?

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 35$이므로

$n^2 - 3n - 70 = 0$

$(n+7)(n-10) = 0$

$n = 10(\because n > 0)$

34. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

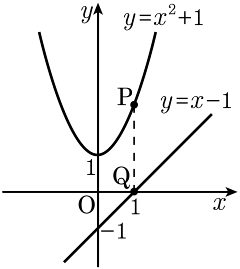
㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다. ㉡ 축의 방정식은 $x=4$ 이다. ㉢ 점 $(6,\ -2)$를 지난다.

① $y=-2(x-4)^2$
② $y=2(x-4)^2$
③ $y=\frac{1}{2}(x-4)^2$
④ $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2$
⑤ $y=-\frac{1}{2}(x+4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x=4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 0)$ 이다. $y=a(x-4)^2$ 의 형태에서 점 $(6,\ -2)$를 지나므로 $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2$ 이다.

35. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ t^2+1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ t-1)$

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t-1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

36. 0, 1, 2, 3, 4 의 다섯 개의 숫자로 두 자릿수를 만들 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (일의 자리가 0 일 확률)$= \frac{1}{4}$

② (십의 자리가 2 일 확률)$= \frac{1}{4}$

③ (짝수일 확률)$= \frac{3}{4}$

④ (3 의 배수일 확률)$= \frac{5}{16}$

⑤ (5 의 배수일 확률)$= \frac{1}{4}$

해설

주어진 5 장의 카드로 만들 수 있는 두 자리 정수는 $4 \times 4 = 16$ (가지) 이다.

① 일의 자리가 0 일 경우는 10, 20, 30, 40 으로 모두 4 가지이므로 (일의 자리가 0 일 확률)$= \frac{1}{4}$

② 십의 자리가 2 일 경우는 20, 21, 23, 24 으로 모두 4 가지이므로 (십의 자리가 2 일 확률)$= \frac{1}{4}$

③ 짝수가 되려면 일의 자리의 수가 짝수이어야 한다. 주어진 수 중에 짝수는 $0, 2, 4$ 이고, 일의 자리가 0 일 경우는 모두 4 가지, 일의 자리가 2 또는 4 인 경우는 각각 3 가지이므로 (짝수일 확률)$= \frac{5}{8} \neq \frac{3}{4}$

④ 3 의 배수는 12, 21, 24, 30, 42 로 다섯 가지이므로 (3 의 배수일 확률)$= \frac{5}{16}$

⑤ 5 의 배수가 되는 경우는 일의 자리가 0 인 경우밖에 없으므로 (5 의 배수일 확률)$= \frac{1}{4}$

37. 0부터 5까지의 숫자가 적힌 6장의 카드에서 3장을 뽑아 3 자리 정수를 만들 때, 그 수가 320 미만일 확률은?

① $\frac{11}{25}$ ② $\frac{12}{25}$ ③ $\frac{11}{30}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{49}{120}$

해설

모든 경우의 수 : $5\times5\times4=100$(가지)

백의 자리 숫자가 3 인 경우

i) 십의 자리 숫자가 1 인 경우 : 4 가지

ii) 십의 자리 숫자가 0 인 경우 : 4 가지

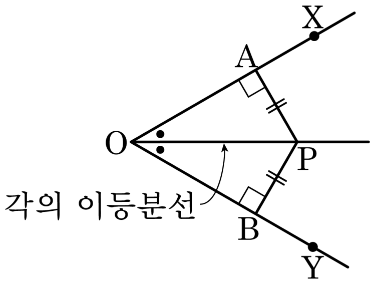
백의 자리 숫자가 2 인 경우 : $5\times4=20$(가지)

백의 자리 숫자가 1 인 경우 : $5\times4=20$(가지)

$$\therefore \frac{4+4+20+20}{5\times5\times4}=\frac{48}{100}=\frac{12}{25}$$

38. 다음을 증명할 때 사용된 합동조건을 말하여라.

'각의 이등분선 위의 임의의 점은 그 각의 두 변에서 같은 거리에 있다.'
다음 그림과 같이 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$ 라고 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이다.

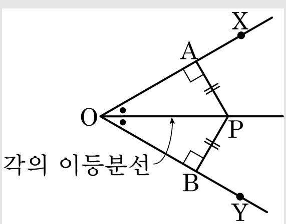


▶ 답 : 합동

▷ 정답 : RHA 합동

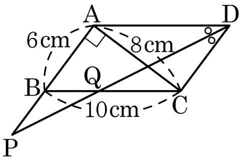
해설

[증명] 다음 그림에서



$\angle AOP = \angle BOP$,
$\angle OAP = \angle OBP = 90°$,
빗변 OP 는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHA 합동)
$\therefore \ \overline{AP} = \overline{BP}$

39. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 연장선과의 교점을 P 라고 할 때, $\triangle DQC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ **정답 :** $14.4\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

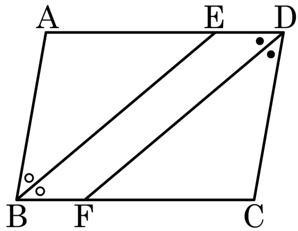
$\angle ADQ = \angle DQC$ (엇각)

$\overline{QC} = \overline{CD} = 6$ (cm)

$\square ABCD$ 에서 밑변을 $\overline{BC}$ 로 볼 때, 높이를 x 라고 하면 $6 \times 8 = 10x$, $x = 4.8$ (cm)

$\therefore\ \triangle DQC = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 4.8 = 14.4\ (\text{cm}^2)$

40. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD는 평행사변형이고

$\angle B = \angle D$이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$

즉, $\angle ABE = \angle EBF \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)

$\angle EDF = \boxed{}$(엇각)이므로

$\angle AEB = \angle CFD$

$\angle DEB = \angle 180° - \boxed{} = \angle DFB \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

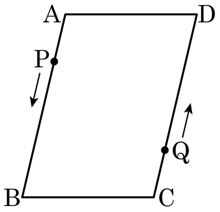
① $\angle CDF$, $\angle ABE$　② $\angle CDF$, $\angle AEB$　③ $\angle CFD$, $\angle ABE$

④ $\angle CFD$, $\angle AEB$　⑤ $\angle DCF$, $\angle ABE$

해설

$\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$이므로 $\angle EDF = \angle CFD$는 엇각으로 같고, $\angle DEB = 180° - \angle AEB = \angle DFB$이다.

41. $\overline{AB} = 60\,\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 점 A 에서 점 B 까지 매초 5 cm 의 속도로, 점 Q 는 점 C 에서 D 까지 매초 8 cm 의 속도로 움직이고 있다. 점 P 가 A 를 출발한지 3 초 후에 점 Q 가 점 C 를 출발한다면 점 Q 가 출발한지 몇 초 후에 $\overline{AQ} \,//\, \overline{PC}$ 가 되는가?



① 5 초 후　② 6 초 후　③ 7 초 후

④ 8 초 후　⑤ 9 초 후

해설

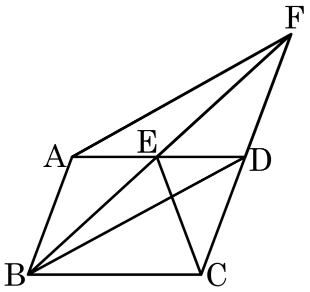
$\overline{AP}$ 와 $\overline{CQ}$ 의 길이가 같아야하므로 점 Q 가 움직인 시간을 x 라고 하면

$5\times3 + 5\times x = 8x$

$3x = 15 \quad \therefore x = 5$

$\therefore$ 5초 후

42. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 꼭지점 B를 지나는 직선이 $\overline{\mathrm{AD}}$와 만나는 점을 E, $\overline{\mathrm{DC}}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 한다. $\triangle\mathrm{FEC} = 30\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{EDF} = 12\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle\mathrm{FEA}$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

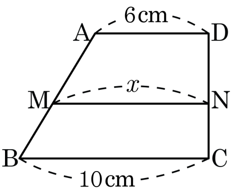
▷ 정답 : $18\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{ADF} = \triangle\mathrm{BDF}$이므로

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{FEA} &= \triangle\mathrm{BED} = \triangle\mathrm{ECD}\\ &= \triangle\mathrm{FEC} - \triangle\mathrm{EDF}\\ &= 30 - 12 = 18\,(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

43. 다음 그림에서
$\overline{AD} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$, $\square AMND = \square MBCN$ 일 때, x^2 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

$\triangle OAD : \triangle OBC = 6^2 : 10^2 = 36 : 100$

$\square AMND = \square MBCN$ 이므로,

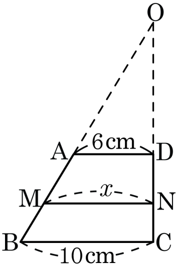
$\triangle OAD : \triangle OMN = 6^2 : x^2$

$\triangle OMN = \triangle OAD + \frac{1}{2}\square ABCD$

$\triangle OAD : \triangle OMN = 36 : 36 + \frac{(100-36)}{2} =$

$36 : 68$

$\therefore \ x^2 = 68$



44. 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중에 큰 것을 a , 작은 것을 b 라고 하자. $0 < \sqrt{|b-a|} < 2$ 를 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$a,\ b$ 는 주사위 눈의 수이므로 $1 \leq a,\ b \leq 6$

큰 것이 a 이므로 $b-a<0$

$\therefore\ -4<b-a<0$, $b-a=-3, -2, -1$

$b-a=-3$ 일 때,

$(a,\ b)=(4,\ 1), (5,\ 2), (6,\ 3)$

$b-a=-2$ 일 때,

$(a,\ b)=(3,\ 1), (4,\ 2), (5,\ 3), (6,\ 4)$

$b-a=-1$ 일 때,

$(a,\ b)=(2,\ 1), (3,\ 2), (4,\ 3), (5,\ 4), (6,\ 5)$

45. 상수 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2} + 1$에 대하여, 유리수 x, y가 $ax + by = 2a + b$를 만족할 때, $x + y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 3$

해설

주어진 식에 a, b를 각각 대입하면

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + (2\sqrt{2} + 1)y = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2} + 1$

양변을 $\sqrt{3}$ 항과 $\sqrt{2}$ 항으로 각각 정리하면

$x\sqrt{3} + (2y - x)\sqrt{2} + y = 2\sqrt{3} + 1$

$\therefore\ x = 2,\ y = 1$

$\therefore\ x + y = 3$

46. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$이고 유리수 a, b에 대하여 $bx + ay = x + 2y$를 만족할 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 2$

해설

주어진 식에 x, y를 각각 대입하면

$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$

양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면

$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$

$\therefore\ a = 2,\ b = 1$

$\therefore\ ab = 2$

47. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때, 이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\dfrac{3}{2}$ ② -3 ③ -4 ④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이므로

$b = 3,\ c = -1$

$\therefore\ 2x^2 - 3x + 1 = 0,\ (2x-1)(x-1) = 0$

$x = \dfrac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

따라서 두 근의 합은 $\dfrac{3}{2}$ 이다.

48. α, β 는 이차방정식 $x^2+x-1=0$ 의 두 근이다. $S_n=\alpha^n+\beta^n$ 이라고 할 때, $S_4+S_5+S_6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

α, β 는 $x^2+x-1=0$ 의 근이므로

$\alpha^2+\alpha-1=0,\ \alpha^2+\alpha=1$

$\beta^2+\beta-1=0,\ \beta^2+\beta=1$

$S_4+S_5+S_6$

$=\alpha^4+\beta^4+\alpha^5+\beta^5+\alpha^6+\beta^6$

$=\alpha^4\left(1+\alpha+\alpha^2\right)+\beta^4\left(1+\beta+\beta^2\right)$

$=\alpha^4(1+1)+\beta^4(1+1)$

$=2\left(\alpha^4+\beta^4\right)$

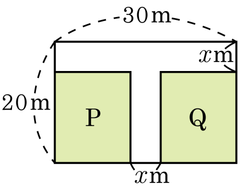
$\alpha+\beta=-1, \alpha\beta=-1$ 이므로

$\alpha^2+\beta^2=(-1)^2-2\times(-1)=3$

$$\begin{aligned}\alpha^4+\beta^4&=\left(\alpha^2+\beta^2\right)^2-2\alpha^2\beta^2\\&=3^2-2\times(-1)^2\\&=9-2=7\end{aligned}$$

$\therefore\ 2\left(\alpha^4+\beta^4\right)=2\times7=14$

49. 가로와 세로의 길이가 30m, 20m 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 다음 그림과 같이 폭이 xm 인 길을 내어 P, Q 두 개의 화단으로 만들었더니 P, Q 화단의 넓이가 각각 150m^2, 225m^2 가 되었다. 이때, 길의 폭은?



▶ 답 : m

▷ 정답 : 5 m

해설

$$\begin{aligned}(\text{P, Q 화단의 넓이의 합}) &= (30 - x)(20 - x)\\ &= 600 - 50x + x^2\\ &= 375\end{aligned}$$

$x^2 - 50x + 225 = 0$

$\therefore\ (x - 5)(x - 45) = 0$

그런데 $0 < x < 20$ 이므로 $x = 5$ 이다.

50. 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2-k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 중 0 보다 큰 좌표의 점과 원점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 모든 k 의 값들의 합을 구하여라. (단, k 는 20 이하의 자연수이다.)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 30

해설

$y=\frac{1}{4}x^2-k$와 x 축과의 교점의 x 좌표를 구하면 $\frac{1}{4}x^2-k=0$

에서 $x=2\sqrt{k}$ ($\because$ $x>0$)

따라서 교점과 원점 사이의 거리는 $2\sqrt{k}$이다.

$2\sqrt{k}$가 정수가 되도록 하는 20 이하의 자연수 k값을 구하면

$k=1,\ 4,\ 9,\ 16$

따라서 모든 k 값들의 합은 $1+4+9+16=30$이다.