

1. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$
④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식 (깍수 공식) 으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$$\therefore 3 < \sqrt{15} \text{ 이므로 양의 해는 } \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$$

2. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$

⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을 곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

3. 이차방정식 $kx^2 + 4x + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖게 될 k 의 범위는?

① $k > 4$

② $k < 4$

③ $k \geq 4$

④ $k \leq 4$

⑤ $-4 \leq k \leq 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k > 0$$

$$\therefore k < 4$$

4. 이차방정식 $5x^2 - 10x + 6 = 0$ 에서 두 근의 합이 a 일 때, $2a^2 - a - ab = 0$ 을 만족하는 상수 b 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -1

해설

두 근의 합 $a = 2$

$$2a^2 - a - ab = 2(2^2) - 2 - 2b = 0$$

$$8 - 2 = 2b$$

$$\therefore b = 3$$

5. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\alpha + \beta = 4$

② $\alpha\beta = 1$

③ $\alpha^2 + \beta^2 = 18$

④ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$

⑤ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = 14$

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 1$

③ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 = 14$

6. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 -4 이고, 다른 한 근이 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = -4$ 를 $x^2 + x + a = 0$ 에 대입하면
 $16 - 4 + a = 0$, $a = -12$ 이다.
 $x^2 + x - 12 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$
 $x = 3$ 을 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 에 대입하면
 $b = -16$ 이다.
 $\therefore a - b = -12 + 16 = 4$

7. 다음은 연속하는 두 홀수의 곱이 143일 때, 두 홀수를 구하는 과정이다. (가)에 알맞은 수는?

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라고 하면
 $x(x + 2) = 143$, $x^2 + 2x - 143 = 0$, $(x - 11)(x + 13) = 0$
 $\therefore x = \boxed{\text{가}}$ ($x > 0$)

- ① 11 ② -13 ③ 143 ④ 2 ⑤ 0

해설

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라 하면
 $x(x + 2) = 143$, $x^2 + 2x - 143 = 0$, $(x - 11)(x + 13) = 0$
 $\therefore x = 11$ ($x > 0$)

8. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면

$$h = -45 + 45 + 30 = 30$$

따라서 발사 후 3초 후의 높이는 30m이다.

9. 반지름이 r 인 원이 있는데, 이 원의 반지름을 3 만큼 늘였더니 넓이가 36π 가 되었다.
처음 원의 반지름 r 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\pi(r+3)^2 &= 36\pi \\ r^2 + 6r - 27 &= 0 \\ (r-3)(r+9) &= 0 \\ \therefore r &= 3 \quad (\because r > 0)\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 이고,}$$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

11. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - x + \frac{5}{9} = 0$ 의 근이 $\alpha = \frac{m \pm \sqrt{n}}{6}$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

- ① 13 ② 21 ③ 30 ④ 35 ⑤ 41

해설

양변에 9 를 곱하면 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 이다.
근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 60}}{6} = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{6}$$

$$\therefore m = 9, n = 21$$

$$\therefore m + n = 9 + 21 = 30$$

12. 이차방정식 $4x - \frac{x^2 + 1}{4} = 3(x - a)$ 의 근이 $x = b \pm \sqrt{15}$ 일 때, $\frac{1}{2}ab$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

양변에 4 를 곱하면 $16x - (x^2 + 1) = 12(x - a)$

$x^2 - 4x + (1 - 12a) = 0$

근이 $x = b \pm \sqrt{15}$ 이므로

두 근의 합은 $2b = 4 \quad \therefore b = 2$

두 근의 곱은 $b^2 - 15 = 1 - 12a \quad \therefore a = 1$

$\therefore \frac{1}{2}ab = 1$

13. $(x-y)(x-y-4)+4=0$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(x-y)(x-y-4)+4=0$$

$x-y$ 를 A 로 치환하면,

$$A(A-4)+4=0$$

$$A^2-4A+4=0, (A-2)^2=0$$

$$(x-y-2)^2=0$$

$$x-y-2=0$$

$$\therefore x-y=2$$

14. $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = -2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{-2} = \frac{3}{4}$$

15. 이차방정식 $x^2 - 4x + 24 = kx$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, k 의 값을 구하면? (단, $k > 0$)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$x^2 - (k + 4)x + 24 = 0$$

두 근을 각각 2α , 3α 라 하면 근과 계수의 관계에서

$$\text{두 근의 합 } 2\alpha + 3\alpha = 4 + k \cdots \text{㉠}$$

$$\text{두 근의 곱 } 6\alpha^2 = 24, \alpha = \pm 2$$

$$\alpha = \pm 2 \text{ 를 ㉠에 대입하면 } k = -14, 6$$

$$\therefore k = 6 \quad (\because k > 0)$$

16. $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, m 의 값은?(단, m 은 정수)

① -2

② 0

③ $\frac{4}{3}$

④ 3

⑤ 2

해설

두 근의 비가 2 : 3 이므로 두 근을 각각 $2k, 3k$ 라 놓자.

두 근의 합 $m+2 = 2k+3k$

$\therefore m = 5k - 2 \cdots \textcircled{1}$

두 근의 곱 $2m = 2k \times 3k$

$\therefore 2m = 6k^2 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 의 식을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$5k - 2 = 3k^2$$

$$3k^2 - 5k + 2 = 0$$

$$(3k - 2)(k - 1) = 0$$

$$\therefore k = 1$$

$$\therefore m = 3$$

17. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 을 일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 풀었더니 한 근이 -3 이었다. 이때, 올바른 근을 구하면?

- ① $x = 1$ 또는 2
② $x = -1$ 또는 -2
③ $x = 1$ 또는 -3
④ $x = -1$ 또는 -3
⑤ $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ 또는 $\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

해설

일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 식은 $x^2 - 2ax + 3a = 0$
그때의 해가 $x = -3$ 이므로 대입하면
 $9 + 6a + 3a = 0$
 $\therefore a = -1$
따라서 이차방정식은
 $x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 1$

18. 1부터 10까지의 숫자가 적힌 10장의 카드 중에서 A 장의 카드를 뽑았다. 이 카드를 이용하여 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수가 모두 72개일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

십의 자리에 들어갈 수 있는 개수는 A ,
일의 자리에 들어갈 수 있는 개수는 $A - 1$
 $A(A - 1) = 72$
 $A^2 - A - 72 = 0$
 $(A - 9)(A + 8) = 0$
 $A > 0$ 이므로 $A = 9$ 이다.

19. 연속하는 3개의 양의 홀수를 제공하여 더한 것이 251 일 때, 이 연속하는 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

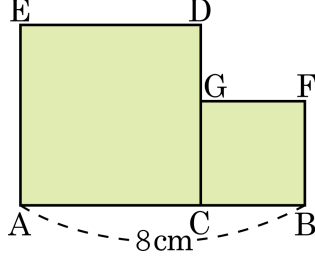
▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 11

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2$, x , $x+2$ 라고 하면,
 $(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$
 $3x^2 + 8 = 251, x = \pm 9, x > 0$ 이므로 $x = 9$ 이다.
 $\therefore$ 연속하는 세 홀수 : 7, 9, 11

20. 길이가 8cm 인 선분 AB 위에 점 C 를 잡아 다음 그림과 같이 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형 ACDE 의 넓이가 작은 정사각형 CBFG 의 넓이의 세 배일 때, 선분 AC 의 길이를 구하면?

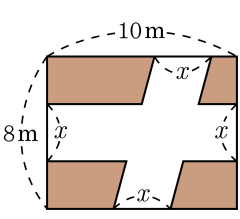


- ① $12 - 4\sqrt{3}$ (cm) ② $12 - 2\sqrt{3}$ (cm)
 ③ $12 - \sqrt{3}$ (cm) ④ $12 + 2\sqrt{3}$ (cm)
 ⑤ $12 + 4\sqrt{3}$ (cm)

해설

선분 AC 의 길이를 x 라고 하면 큰 정사각형 넓이는 x^2 , 작은 정사각형의 넓이는 $(8-x)^2$ 이므로
 $x^2 = 3(8-x)^2$, $x^2 = 192 - 48x + 3x^2$
 $x^2 - 24x + 96 = 0$
 $\therefore x = -(-12) \pm \sqrt{144 - 96} = 12 \pm 4\sqrt{3}$
 따라서 x 는 8 보다 작으므로 $12 - 4\sqrt{3}$ (cm)

21. 가로, 세로의 길이가 각각 8 m, 10 m인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 폭이 x m로 일정한 길을 만들려고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 35 m^2 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 3 m

해설

도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(10-x)$ m, 세로의 길이가 $(8-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(10-x)(8-x) = 35$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$(x-3)(x-15) = 0$$

$$\therefore x = 3\text{ m} (\because 0 < x < 8)$$

22. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 근이 존재하지 않는다.
- ④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

23. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + m = 0$ 의 해가 1개가 되는 확률은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-1)^2 - 4m = 0$$

$$(k-1)^2 = 4m \text{ 이므로}$$

$$(k, m) = (3, 1), (5, 4)$$

따라서 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

24. 이차방정식의 한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}}$ 인 이차방정식 A 는 다음과 같다. 이때,
유리수 a, b 에서 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

$ax^2 - x + b = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $3 - \sqrt{5}$
두 근의 합은 $\frac{1}{a} = 6, a = \frac{1}{6}$
두 근의 곱은 $\frac{b}{a} = 4, b = \frac{2}{3}$
 $\therefore \frac{b}{a} = 4$

25. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?
- ① $x^2 + 6x - 2 = 0$ ② $x^2 - 6x + 2 = 0$
③ $x^2 + 6x - 4 = 0$ ④ $x^2 - 6x + 4 = 0$
⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$
구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로
(두 근의 합) $= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$
 $= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$
 $= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6$
(두 근의 곱) $= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$
 $= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

26. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▶ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

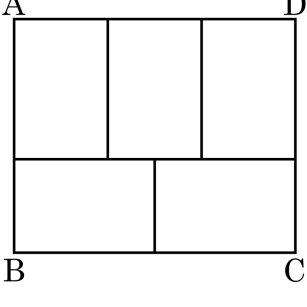
$$x(x-7)=30$$

$$x^2-7x-30$$

$$(x-10)(x+3)=0$$

$$\therefore x=10 (\because x \text{ 는 자연수})$$

27. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 5개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가 300cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $22\sqrt{10}\text{cm}$

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{300}{5} = 60\text{ (cm}^2\text{)}$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{3}{2}x$ 이다.

$$\frac{3}{2}x \times x = 60, \quad x^2 = 40, \quad x = 2\sqrt{10}\text{ (cm)}$$

$$\overline{AD} = 3x, \quad \overline{AB} = \frac{3}{2}x + x = \frac{5}{2}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(3x + \frac{5}{2}x\right) \times 2 = 11x = 22\sqrt{10}\text{ (cm)}$ 이다.

28. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 12$ 을 만족하는 정수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 109

해설

주어진 식을 전개하여 정리하면, $4-4(x+y)+(x+y)^2-(x^2+y^2) = 12$,
 $-4(x+y) + 2xy = 8$, $xy - 2(x+y) = 4$, $xy - 2(x+y) + 4 = 8$,
 $(x-2)(y-2) = 8$
그런데 x, y 는 정수이므로,

$x-2$	1	2	4	8	-1	-2	-4	-8
$y-2$	8	4	2	1	-8	-4	-2	-1
x^2+y^2	109	52	52	109	37	4	4	37

따라서 x^2+y^2 의 최댓값은 109 이다.

29. 자연수 n 에 대하여 $(n^2 + n)x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 p_n, q_n 이라 할 때, $p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 + \cdots + p_{99}q_{99} + p_{100}q_{100}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{100}{101}$

해설

근과 계수의 관계에서

$$p_nq_n = \frac{1}{n^2 + n} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\therefore p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 + \cdots + p_{99}q_{99} + p_{100}q_{100}$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} + \frac{1}{100} - \frac{1}{101}$$

$$= 1 - \frac{1}{101}$$

$$= \frac{100}{101}$$