

1. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg

② 65.5 kg

③ 67 kg

④ 69 kg

⑤ 69.5 kg

### 해설

40명의 몸무게의 총합 :  $60 \times 40 = 2400$ (kg)

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 :  $59.5 \times 38 = 2261$ (kg)

전학생 2명의 몸무게의 총합 :  $2400 - 2261 = 139$ (kg)

$\therefore$  (전학생 2명의 몸무게의 평균) =  $\frac{139}{2} = 69.5$ (kg)

2. 네 개의 변량 4, 6,  $a$ ,  $b$  의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, 7,  $a^2$ ,  $b^2$ , 9 의 평균은?

① 16

② 17

③ 19

④ 21

⑤ 23

해설

변량 4, 6,  $a$ ,  $b$  의 평균이 5 이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, \quad a + b + 10 = 20$$

$$\therefore a + b = 10 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4 - 5)^2 + (6 - 5)^2 + (a - 5)^2 + (b - 5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52}{4} = 3$$

$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

따라서 7,  $a^2$ ,  $b^2$ , 9 의 평균은

$$\frac{7 + a^2 + b^2 + 9}{4} = \frac{16 + 60}{4} = 19 \text{이다.}$$

3. 네 수 5, 7,  $x$ ,  $y$  의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때,  $5$ ,  $2x^2$ ,  $2y^2$ ,  $7$  의 평균은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

### 해설

변량 5, 7,  $x$ ,  $y$  의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 7 + x + y}{4} = 4, \quad x + y + 12 = 16$$

$$\therefore x + y = 4 \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(5 - 4)^2 + (7 - 4)^2 + (x - 4)^2 + (y - 4)^2}{4} = 3,$$

$$\frac{1 + 9 + x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16}{4} = 3,$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 8(x + y) + 42}{4} = 3$$

$$x^2 + y^2 - 8(x + y) + 42 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8(x + y) = -30 \quad \dots\dots\textcircled{2}$$

②의 식에 ①을 대입하면

$$\therefore x^2 + y^2 = 8(x + y) - 30 = 8 \times 4 - 30 = 2$$

따라서 5,  $2x^2$ ,  $2y^2$ , 7 의 평균은

$$\frac{5 + 2x^2 + 2y^2 + 7}{4} = \frac{12 + 2(x^2 + y^2)}{4} = \frac{12 + 4}{4} = 4 \text{ 이다.}$$

4. 세 수  $x, y, z$  의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때,  $3x, 3y, 3z$  의 분산은?

① 14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

### 해설

세 수  $x, y, z$  의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한,  $x, y, z$  의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

위의 식에  $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54$$

한편,  $3x, 3y, 3z$  의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3} = \frac{3(x+y+z)}{3} = \frac{3 \times 12}{3} = 12$$

따라서 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(3x-12)^2 + (3y-12)^2 + (3z-12)^2}{3} \\ &= \frac{9x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 72(x+y+z) + 144 \times 3}{3} \\ &= \frac{9 \times 54 - 72 \times 12 + 432}{3} = \frac{54}{3} \\ &= 18 \end{aligned}$$

5. 자연수  $a, b, c$ 에 대하여 가로, 세로, 높이가 각각  $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가  $6\sqrt{5}$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단,  $a \leq b \leq c$ )

①  $1 + 2\sqrt{5}$

②  $2 + \sqrt{3}$

③  $2 + 12\sqrt{3}$

④  $2 + 21\sqrt{5}$

⑤  $2 + 24\sqrt{5}$

### 해설

부피는  $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$$\therefore abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

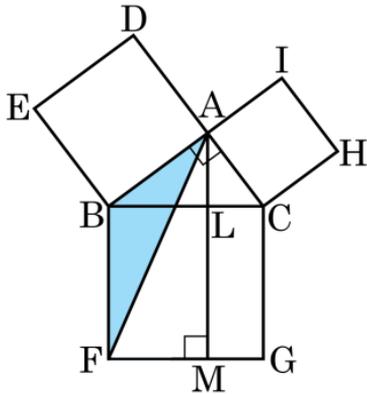
한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$  이고

$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$ 가 최댓값을 갖기 위한 자연수  $a, b, c$ 의 순서쌍은  $(1, 1, 180)$  이므로

$$\begin{aligned} \therefore (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \\ &= 2(1 + \sqrt{180} + \sqrt{180}) \\ &= 2(1 + 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 2(1 + 12\sqrt{5}) \\ &= 2 + 24\sqrt{5} \end{aligned}$$

6. 다음 그림은  $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다.  $\triangle ABF$ 와 넓이가 같지 않은 삼각형은?



①  $\triangle EBC$

②  $\triangle BLF$

③  $\triangle AFM$

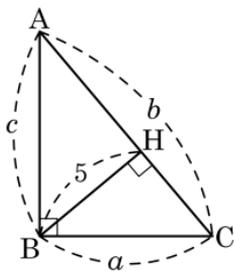
④  $\triangle EAB$

⑤  $\triangle FMB$

### 해설

- ①  $\triangle EBC$ , SAS 합동
- ②  $\triangle BLF$ , 밑변과 높이가 같은 삼각형
- ④  $\triangle EAB$ ,  $\triangle BLF$ 와 넓이가 같다.
- ⑤  $\triangle FMB$ , 밑변과 높이가 같은 삼각형

7. 다음 그림과 같이  $\angle B = 90^\circ$  인 직각삼각형 ABC의 점 B에서  $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고,  $a + b + c = 10$ ,  $\overline{BH} = 5$  cm 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?



- ①  $25 \text{ cm}^2$                       ②  $\frac{25}{2} \text{ cm}^2$                       ③  $\frac{25}{3} \text{ cm}^2$   
 ④  $5 \text{ cm}^2$                       ⑤  $10 \text{ cm}^2$

해설

$(a + c) = 10 - b$  이므로 양변 제곱을 하면  $(a + c)^2 = (10 - b)^2$   
 $a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$  피타고라스 정리에 의해서  
 $b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면

$$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100 \text{ 이므로}$$

$$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$$

또한  $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서

$$5b = ac \cdots (2)$$

(1)에 (2)를 대입하면

$$30b = 100 \text{ 에서}$$

$$b = \frac{100}{30}$$

따라서  $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} (\text{cm}^2)$$