

1. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 3, x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = -2, b = -3$$

$$\therefore a + b = -5$$

2. 이차방정식 $x^2 + 3x - 28 = 0$ 을 풀면?

① $x = 4$ 또는 $x = -7$

② $x = -4$ 또는 $x = 7$

③ $x = -4$ 또는 $x = -1$

④ $x = 3$ 또는 $x = -1$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$(x - 4)(x + 7) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -7$$

3. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, A, B 의 값은?

① $A = 3, B = 8$

② $A = -3, B = 8$

③ $A = 2, B = 4$

④ $A = -3, B = -8$

⑤ $A = 4, B = 6$

해설

$$(x-1)(x-5) = 4$$

$$x^2 - 6x = 4 - 5$$

$$x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$$

$$(x-3)^2 = 8, A = -3, B = 8$$

4. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 해를 구하면?

① $1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

② $1 \pm \sqrt{10}$

③ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

④ $2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 4x = 3$$

$$2(x^2 - 2x) = 3$$

$$x^2 - 2x = \frac{3}{2}$$

$$(x-1)^2 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$x-1 = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

5. 이차방정식 $2x^2 + 6x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = \frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{-6}{-\frac{1}{2}} = 12$$

6. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 2α , 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$$\therefore \alpha = 2$$

$$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$$

$$\therefore k = 24$$

7. n 명의 학생 중에 2명의 주변을 뽑는 경우는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어느 반 학생 중 주변 2명을 뽑는 경우의 수가 36가지일 때, 이 반의 학생 수는?

① 5명

② 7명

③ 9명

④ 11명

⑤ 13명

해설

$$\frac{n(n-1)}{2} = 36 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n-9)(n+8) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 9 \text{ (명)이다.}$$

8. 30cm 의 끈으로 직사각형을 만들어 넓이가 54cm^2 가 되게 하려고 한다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차는?

① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

가로의 길이를 $x\text{ cm}$, 세로의 길이를 $15 - x\text{ cm}$ 라 하면,

$$54 = x(15 - x), x = 6 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차는 3 cm 이다.

9. 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근을 β 라 할 때, $\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근이 β 이므로

$$\beta^2 - \beta + 1 = 0$$

$$\beta - 1 + \frac{1}{\beta} = 0$$

$$\beta + \frac{1}{\beta} = 1$$

$$\therefore \beta^2 + \frac{1}{\beta^2} = \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

10. 이차방정식 $x^2 - ax + 2 = 0$ 의 두 근이 $x = -1$ 또는 $x = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ -2

④ -3

⑤ -5

해설

$x^2 - ax + 2 = 0$ 의 두 근이 $-1, b$ 이므로

한 근 $x = -1$ 을 대입하면 $1 + a + 2 = 0 \therefore a = -3$

$a = -3$ 을 주어진 방정식에 대입하면 $x^2 + 3x + 2 = 0$

$(x + 1)(x + 2) = 0, x = -1$ 또는 $x = -2$

따라서 다른 한 근은 $b = -2$ 이므로 $a + b = -5$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$a + 2 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$$a = -1 \text{ 또는 } a = 2,$$

따라서 $2 - 1 = 1$ 이다.

12. 이차방정식 $3(x - b)^2 = 15$ 의 근이 $x = 7 \pm \sqrt{a}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 12$

해설

$$3(x - b)^2 = 15, (x - b)^2 = 5$$

$$\therefore x = b \pm \sqrt{5}$$

이것이 $7 \pm \sqrt{a}$ 이므로 $a = 5$, $b = 7$ 이다.

$$\therefore a + b = 12$$

13. 이차방정식 $\frac{1}{2} - x(x+1) = 0.25x^2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{5}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$5x^2 + 4x - 2 = 0$ 이므로

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-2)}}{5 \times 2}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{56}}{10}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{14}}{5} \text{ 이다.}$$

따라서 $a = -2, b = 14$ 이므로 $a + b = 12$ 이다.

14. $(a - b)^2 - 5(a - b) - 6 = 0$, $ab = 12$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a < b$)

① 16

② 25

③ 36

④ 49

⑤ 60

해설

$a - b = X$ 로 치환하면 $X^2 - 5X - 6 = 0$

$(X - 6)(X + 1) = 0$, $X = 6$ 또는 $X = -1$

$a < b$ 이므로 $a - b = -1$

$$\begin{aligned}\therefore a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\ &= (-1)^2 + 2 \times 12 = 25\end{aligned}$$

15. 연속하는 세 양의 정수에서 가장 큰 수의 제곱은 작은 두 수의 곱의 2배보다 20이 작다고 한다. 연속하는 세 양의 정수 중 가장 큰 수는?

① 3

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

연속하는 세 양의 정수를 각각 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = 2x(x-1) - 20$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x-7)(x+3) = 0$$

x 는 양의 정수이므로 $x = 7$ 이다.

따라서 구하는 가장 큰 수는 8이다.

16. 어떤 정사각형의 가로 길이와 세로 길이를 4 cm 길게 하고, 세로 길이를 6 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 39 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 81 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면, $(x+4)(x-6) = 39$
이므로

$$x^2 - 2x - 24 = 39$$

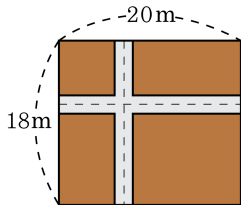
$$x^2 - 2x - 63 = 0$$

$$(x+7)(x-9) = 0$$

$$x = 9 \quad (\because x > 6)$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $9 \times 9 = 81(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 가로, 세로가 각각 20 m, 18 m 인 땅에 폭이 일정한 십자형의 도로를 만들려고 한다. 도로를 제외한 땅의 넓이가 288 m^2 이면 도로의 폭은 얼마인가?



① 1 m

② 2 m

③ 3 m

④ 4 m

⑤ 5 m

해설

도로의 폭을 $x\text{ m}$ 라 하면

$$(20 - x)(18 - x) = 288$$

$$x^2 - 38x + 72 = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = 36$$

$$0 < x < 18 \text{ 이므로 } x = 2$$

18. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100

② 120

③ 240

④ -120

⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

19. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

20. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k+1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4+k) > 0 \quad (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

21. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
- ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 -5, -8이다.
- ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
- ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 -5, -8이다.

$$\text{두 근의 합은 } 13 = 4 - m, m = -9 \text{ 또는 } -13 = 4 - m, m = 17$$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

22. 이차방정식 $x^2 - 3x + k - 10 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 15$ 이다. 이때, 근과 계수의 관계를 이용하여 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = k - 10$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2(k - 10) = 15$$

$$\therefore k = 7$$

23. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0 \text{ 이므로}$$

$$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B \\ &= 3A^2 - A + B^2 - 3B \\ &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

24. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

25. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$