

1. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

- ① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg
④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400$ (kg)
전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261$ (kg)
전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139$ (kg)
 \therefore (전학생 2명의 몸무게의 평균) = $\frac{139}{2} = 69.5$ (kg)

2. 네 수 5, 7, x , y 의 평균이 4이고, 분산이 3일 때, 5 , $2x^2$, $2y^2$, 7의 평균은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

변량 5, 7, x , y 의 평균이 4이므로

$$\frac{5+7+x+y}{4} = 4, \quad x+y+12 = 16$$

$$\therefore x+y = 4 \quad \dots\dots\text{㉠}$$

또한, 분산이 3이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (7-4)^2 + (x-4)^2 + (y-4)^2}{4} = 3,$$

$$\frac{1+9+x^2-8x+16+y^2-8y+16}{4} = 3,$$

$$\frac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4} = 3$$

$$x^2+y^2-8(x+y)+42 = 12$$

$$\therefore x^2+y^2-8(x+y) = -30 \quad \dots\dots\text{㉡}$$

㉠의 식에 ㉡을 대입하면

$$\therefore x^2+y^2 = 8(x+y) - 30 = 8 \times 4 - 30 = 2$$

따라서 5, $2x^2$, $2y^2$, 7의 평균은

$$\frac{5+2x^2+2y^2+7}{4} = \frac{12+2(x^2+y^2)}{4} = \frac{12+4}{4} = 4 \text{ 이다.}$$

3. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \dots\dots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 3$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 9$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 9$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10 \times 15 + 75 = 9$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 84$$

따라서 $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} \right) = \frac{1}{6}(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{84}{6} = 14 \text{ 이다.}$$

4. 다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때,
 2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이므로

$$\frac{5+6+x+y+7}{5} = 8, \quad x+y+18 = 40$$

$$\therefore x+y = 22 \quad \dots\dots\text{㉠}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-8)^2 + (6-8)^2 + (x-8)^2 + (y-8)^2 + (7-8)^2}{5} = 5$$

$$\frac{9+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5} = 5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+142}{5} = 5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+142 = 25$$

$$\therefore x^2+y^2-16(x+y) = -117 \quad \dots\dots\text{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2 = 16(x+y) - 117 = 16 \times 22 - 117$$

$$\therefore x^2+y^2 = 235$$

따라서 1, 2, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4} \left(2+3+\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5} \right) = \frac{1}{4} \left\{ 5+\frac{1}{5}(x^2+y^2) \right\} = 13 \text{ 이다.}$$

5. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 3, 4 일 때, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 구하여라.

- ① 2, 2 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 3 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 3$$

$$\therefore x+y+z = 9 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3} = 4$$

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 12$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 + z^2 - 6z + 9 = 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 27 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6 \times 9 + 27 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 39$$

한편, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균은

$$\frac{(x-1) + (y-1) + (z-1)}{3}$$

$$= \frac{(x+y+z) - 3}{3} = \frac{9-3}{3} = 2$$

분산은

$$\frac{(x-1-2)^2 + (y-1-2)^2 + (z-1-2)^2}{3}$$

$$= \frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 9 \times 3}{3}$$

$$= \frac{39 - 6 \times 9 + 27}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

따라서 $x-1, y-1, z-1$ 의 표준편차는 $\sqrt{4} = 2$ 이다.

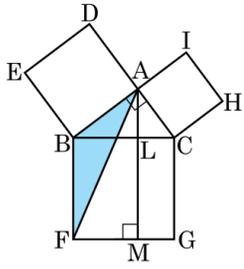
6. 변량 x_1, x_2, \dots, x_n 의 평균이 4이고 표준편차가 3일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균 m 과 표준편차 n 의 합 $m + n$ 을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} \frac{x_1, x_2, \dots, x_n}{n} &= 4 \\ \frac{(3x_1 - 5) + (3x_2 - 5) + \dots + (3x_n - 5)}{n} &= \frac{3(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - 5n}{n} \\ &= 3 \cdot 4 - 5 = 12 - 5 = 7 = m \\ \frac{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \dots + (x_n - 4)^2}{n} &= 3^2 = 9 \text{ 일 때,} \\ \frac{(3x_1 - 5 - 7)^2 + (3x_2 - 5 - 7)^2}{n} &+ \dots + \frac{(3x_n - 5 - 7)^2}{n} \\ &= \frac{\{3(x_1 - 4)^2\} + \{3(x_2 - 4)^2\} + \dots + \{3(x_n - 4)^2\}}{n} \\ &= \frac{9 \{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \dots + (x_n - 4)^2\}}{n} \\ &= 9 \cdot 9 = 81 \\ \text{따라서 표준편차 } n &= \sqrt{81} = 9 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } m + n &= 7 + 9 = 16 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

7. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$ 와 넓이가 같지 않은 삼각형은?

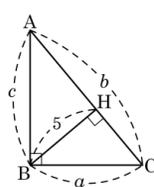


- ① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$
 ④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

- ① $\triangle EBC$, SAS 합동
 ② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
 ④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$ 와 넓이가 같다.
 ⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

8. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 B에서 \overline{AC} 에 내린 수선의 발을 H라고 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5$ cm 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?



- ① 25 cm^2 ② $\frac{25}{2} \text{ cm}^2$ ③ $\frac{25}{3} \text{ cm}^2$
 ④ 5 cm^2 ⑤ 10 cm^2

해설

$(a + c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a + c)^2 = (10 - b)^2$
 $a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
 $b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
 $b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
 $2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
 또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
 $5b = ac \cdots (2)$
 (1)에 (2)를 대입하면
 $30b = 100$ 에서
 $b = \frac{100}{30}$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} (\text{cm}^2)$