

1. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, \bar{z} 는 z 의 콜레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
- ㉣ $(z + 1)(\bar{z} + 1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$$\text{㉠ } z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \text{ (실수)}$$

$$\text{㉡ } z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a \text{ (실수)}$$

$$\text{㉢ } z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

$$\begin{aligned}\text{㉣ } (z + 1)(\bar{z} + 1) &= (a + bi + 1)(a - bi + 1) \\ &= (a + 1 + bi)(a + 1 - bi) \\ &= (a + 1)^2 + b^2 \text{ (실수)}\end{aligned}$$

2. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -5
- ② -3
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

3. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

∴ 상수항은 -1

4. 두 이차다항식의 최대공약수가 $x - 1$, 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 합은?

- ① $2x^2 - 3x + 1$ ② $2x^2 - 2x - 1$ ③ $2x^2 + 3x - 5$
④ $2x^2 + 2x - 4$ ⑤ $2x^2 + 3x - 3$

해설

구하는 다항식을 A , B 라고 하면

$$\begin{aligned}AB &= (x - 1)(x^3 - 2x^2 - 5x + 6) \\&= (x - 1)^2(x + 2)(x - 3)\end{aligned}$$

A , B 의 최대공약수가 $x - 1$ 이므로

$$A = (x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2$$

$$B = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$$

$$\therefore A + B = 2x^2 - 3x + 1$$

5. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 3 - k = 0$ 의 두 근이 모두 양수가 되도록 하는 상수 k 의 범위는?

① $k \leq -1, k \geq 2$

② $k \leq -1$

③ $2 \leq k < 3$

④ $1 < k < 3$

⑤ $k \leq -1, 2 \leq k < 3$

해설

㉠ 두 근이 실수가 되어야 하므로 $\frac{D}{4} \geq 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (3-k) = k^2 - k - 2 \geq 0$$

$$(k-2)(k+1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -1, k \geq 2 \cdots ⑦$$

㉡ 둘 다 양수이려면 합 > 0 이고, 곱 > 0

$$-2(k-1) > 0, 3-k > 0 \cdots ⑧$$

$$\therefore k < 1$$

