1. 주사위 두 개를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 3 또는 6 일 확률은?

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{5}{36}$ ③ $\frac{7}{36}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

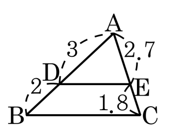
해설

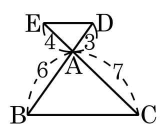
합이 3일 확률은 (1, 2), (2, 1) 에서 $\frac{2}{36}$

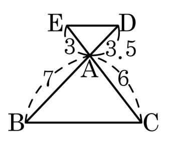
합이 6일 확률은 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) 에서 $\frac{5}{36}$

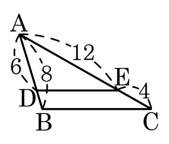
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}+\frac{5}{36}=\frac{7}{36}$

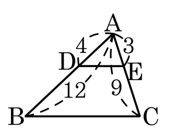
2. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 가 평행하지 않은 것은?

①


②


③


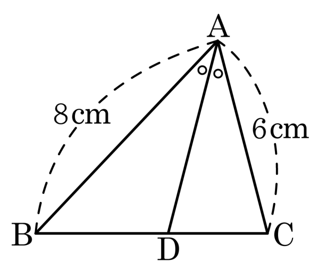
④


⑤


해설

② $\overline{BC}//\overline{DE}$ 라면, $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AB}$ 이다.
$4 : 7 \neq 3 : 6$ 이므로 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이 아니다.

3. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 는 $\angle\mathrm{BAC}$ 의 이등분선이고, $\overline{\mathrm{AB}} = 8$, $\overline{\mathrm{AC}} = 6$ 이다. $\triangle\mathrm{ADC}$ 의 넓이를 a 라고 할 때, $\triangle\mathrm{ABD}$ 의 넓이를 a 에 관하여 나타내면?



① $2a$ ② $3a$ ③ $\frac{4}{3}a$ ④ $\frac{5}{3}a$ ⑤ $\frac{7}{3}a$

해설

$\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{DC}} = 8 : 6 = 4 : 3$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABD} : \triangle\mathrm{ADC} = 4 : 3$

$\triangle\mathrm{ABD} : a = 4 : 3$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABD} = \frac{4}{3}a$

4. 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 <u>모두</u> 고른 것은?

㉠ $\sqrt{48} \div \sqrt{3} = 2\sqrt{2}$	㉡ $\dfrac{\sqrt{75}}{\sqrt{5}} = \sqrt{15}$
㉢ $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$	㉣ $3\sqrt{14} \div \sqrt{7} = 2\sqrt{3}$
㉤ $\dfrac{12\sqrt{30}}{3\sqrt{10}} = 3\sqrt{10}$	㉥ $6\sqrt{15} \div 2\sqrt{3} = 3\sqrt{5}$

① ㉠, ㉡, ㉤　② ㉠, ㉣, ㉤　③ ㉡, ㉢, ㉥
④ ㉡, ㉣, ㉥　⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{48} \div \sqrt{3} = 4$

㉡ $\dfrac{\sqrt{75}}{\sqrt{5}} = \sqrt{15}$

㉢ $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$

㉣ $3\sqrt{14} \div \sqrt{7} = 3\sqrt{2}$

㉤ $\dfrac{12\sqrt{30}}{3\sqrt{10}} = 4\sqrt{3}$

㉥ $6\sqrt{15} \div 2\sqrt{3} = 3\sqrt{5}$

5. $2x^2-7x+3=(2x-A)(Bx-C)$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x^2-7x+3=(2x-1)(x-3)$
$(2x-1)(x-3)=(2x-A)(Bx-C)$ 이므로
$A=1, B=1,\ C=3$
$\therefore A+B+C=1+1+3=5$

6. 다음 중 그 계산이 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $97^2 = (100-3)^2 = 100^2 - 2\times 100\times 3 + 3^2 = 9409$

② $5.1\times 4.9 = (5+0.1)(5-0.1) = 5^2 - 0.1^2 = 24.99$

③ $301^2 = (300+1)^2 = 300^2 + 2\times 300\times 1 + 1^2 = 90601$

④ $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = -1$

⑤ $(-\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{10}-\sqrt{2}) = (\sqrt{10})^2 - (\sqrt{2})^2 = 8$

해설

$(-\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{10}-\sqrt{2})$
$= (-\sqrt{2}-\sqrt{10})(-\sqrt{2}+\sqrt{10})$
$= (-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{10})^2 = 2-10 = -8$

7. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

① 10쪽 ② 12쪽 ③ 14쪽 ④ 16쪽 ⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x, $x+1$이라 하면
$x(x+1)=156$
$x^2+x-156=0$
$(x+13)(x-12)=0$
$x>0$ 이므로 $x=12$ (쪽)

8. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.

㉡ 점 $(-3,\ 27)$ 을 지난다.

㉢ 아래로 볼록하며, 제 1, 2 사분면을 지난다.

㉣ y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

㉤ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

① ㉠　　② ㉠,㉡　　③ ㉠,㉡,㉢

④ ㉠,㉡,㉢,㉣　　⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$
$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록
$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
$y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭
이상의 성질에서 볼 때, ㉠,㉡,㉢은 옳다.
㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$
㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로
$x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다. 따라서 옳지 않다.

9. 다음 중 꼭짓점 $(-1,\ 4)$, 대칭축의 방정식 $x=-1$, y 축과의 교점의 좌표 $(0,\ 3)$ 인 이차함수는?

① $y=x^2-2x-3$
② $y=x^2-4x+5$
③ $y=-x^2-2x+3$
④ $y=-x^2+4x-10$
⑤ $y=2x^2-4x+5$

해설

$y=a(x+1)^2+4$ 에 $(0,\ 3)$ 을 대입한다. $a=-1$
$\therefore y=-x^2-2x+3$

10. 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 옳게 짝지어진 것은?

① $y=\frac{1}{2}x^2+x-1 \Rightarrow x=-1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$

② $y=-\frac{1}{2}x^2-x-2 \Rightarrow x=-1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{2}{3}$

③ $y=-3x^2+2x-1 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{2}{3}$

④ $y=2x^2+12x \Rightarrow x=3$ 일 때, 최댓값 -3

⑤ $y=-x^2+5x-5 \Rightarrow x=\frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{5}{4}$

해설

① $y=\frac{1}{2}x^2+x-1=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$

$\Rightarrow x=-1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{3}{2}$

② $y=-\frac{1}{2}x^2-x-2=-\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$

$\Rightarrow x=-1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$

④ $y=2x^2+12x=2(x+3)^2-18$

$\Rightarrow x=-3$ 일 때, 최솟값 -18

⑤ $y=-x^2+5x-5=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$

$\Rightarrow x=\frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{5}{4}$

11. 기차역 일곱 곳을 잇는 기차표를 만들려고 한다. 두 역 사이의 왕복 기차표는 없다고 할 때, 모두 몇 종류의 기차표를 만들어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : ____________ 가지

▷ 정답 : 42 가지

해설

7개의 역 중에서 2개를 뽑아 일렬로 나열하면 (출발역, 도착역)의 순서로 볼 수 있으며 경우의 수는 $7 \times 6 = 42$(가지)이다.

12. 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-2b)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + 2b$

해설

$a > b$, $ab < 0$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$ 이다.

$\therefore \sqrt{a^2} - \sqrt{(-2b)^2} = a - (-2b) = a + 2b$

13. $15 < \sqrt{6x^3} < 20$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$225 < 6x^3 < 400$ 이므로

$37.5 < x^3 < \frac{200}{3} \doteqdot 66.6$

$3^3 = 27,\ 4^3 = 64,\ 5^3 = 125$

$\therefore\ x = 4$

14. $x=\sqrt{2009}-1$ 일 때, $\left(\dfrac{x^4-2x^2-3x-2}{x^3-x^2-x-2}\right)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2009

해설

$\left(\dfrac{x^4-2x^2-3x-2}{x^3-x^2-x-2}\right)^2$

$=\left\{\dfrac{x(x^3-x^2-x-2)+x^3-x^2-x-2}{x^3-x^2-x-2}\right\}^2$

$=(x+1)^2$

$=(\sqrt{2009}-1+1)^2$

$=2009$

15. 인수분해 공식을 이용하여 다음 두 수 $B-10A$ 의 값을 구하면?

$A=18\times 25-18\times 23,\ B=21^2-2\times 21+1$

① 400 ② 360 ③ 200 ④ 160 ⑤ 40

해설
$A=18(25-23)=18\times 2=36$
$B=(21-1)^2=20^2=400$
$\therefore B-10A=400-10\times 36=400-360=40$

16. 다음 중 $x = \sqrt{2} - 3$ 일 때, $x^2 - 2x - 15$ 의 값은?

① $2 + 8\sqrt{2}$ ② $2 - 8\sqrt{2}$ ③ $-10 - 4\sqrt{2}$
④ $10 + 4\sqrt{2}$ ⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 15 &= (x-5)(x+3) \\ &= (\sqrt{2} - 3 - 5)(\sqrt{2} - 3 + 3) \\ &= (\sqrt{2} - 8)\sqrt{2} \\ &= 2 - 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

17. $x = 2 + 2\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3} - 1$ 일 때, $x^2 - 4y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$x^2 - 4y^2 = x^2 - (2y)^2$

$= (x + 2y)(x - 2y)$

$= \left(2 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\right)\left(2 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\right)$

$= 4\sqrt{3} \times 4$

$= 16\sqrt{3}$

18. $x+y=15$, $x^2-y^2+5x-5y=120$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(x-y)(x+y+5)=120$

$\therefore\ x-y=6$

19. 이차방정식 $x^2-x-2=0$ 의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $ax^2-5x-2=0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값과 다른 한 근의 값을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 0　　② -1　　③ 1　　④ -2　　⑤ 2

해설

$x^2-x-2=0$

$x=2$ 또는 $x=-1$

큰 근은 $x=2$ 이므로 $ax^2-5x-2=0$ 에 대입하면

$4a-10-2=0$, $a=3$

$3x^2-5x-2=0$, $(3x+1)(x-2)=0$

$x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근 $b=-\frac{1}{3}$

$\therefore ab=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

20. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 의 최솟값을 m이라고 할 때, m의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

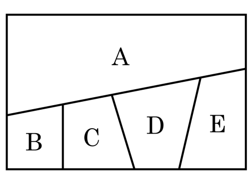
해설

$y = x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a$

$\therefore m = -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1$

따라서 m의 최댓값은 1이다.

21. 다음 그림과 같은 A, B, C, D, E 의 5개의 부분에 빨강, 파랑, 노랑, 초록의 4가지 색을 칠하려고 한다. 이웃하는 면은 서로 다른 색을 칠하는 경우의 수를 구하여라. (단, 같은 색을 여러 번 칠해도 좋다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 96$(가지)

22. 4 장의 카드의 앞면과 뒷면에 각각 0 과 1, 2 와 3, 4 와 5, 6 과 7 이라는 숫자가 적혀 있다. 이 4 장의 카드를 한 줄로 늘어놓아 4 자리 정수를 만들 때의 경우의 수를 구하면?

① 48 가지　② 120 가지　③ 240 가지
④ 336 가지　⑤ 720 가지

해설

0 과 1 이 적힌 카드에서 1 이 나온 경우 : $4\times3\times2\times1\times2^3 = 192$(가지)
0 과 1 이 적힌 카드에서 0 이 나온 경우 : $3\times3\times2\times1\times2^3 = 144$(가지)
(2^3 은 2 와 3, 4 와 5, 6 과 7 카드가 뒤집어 지는 경우)
따라서 4 자리 정수가 만들어지는 경우의 수는 $192 + 144 = 336$(가지) 이다.

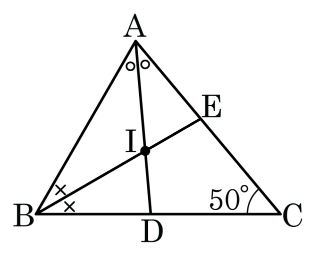
23. 다음 중 확률이 1 이 아닌 것을 모두 고르면?

① 한 개의 주사위를 던질 때, 6 이하의 눈이 나올 확률
② 동전을 한 개 던질 때, 앞면이 나올 확률
③ 한 개의 주사위를 던질 때, 7 의 눈이 나올 확률
④ 1 에서 4 까지의 숫자가 적힌 4 장의 카드에서 2 장을 뽑아 두 자리 정수를 만들 때, 43 이하가 될 확률
⑤ 검은 공 5 개가 들어있는 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 검은 공이 나올 확률

해설

① 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{6}{6} = 1$
② $\frac{\text{앞면이 나올 확률}}{\text{모든 경우의 수}} = \frac{1}{2}$
③ 절대 일어날 수 없는 사건의 확률이므로, $\frac{0}{6} = 0$
④ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{12}{12} = 1$
⑤ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{5}{5} = 1$

24. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 50°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합을 구하여라.



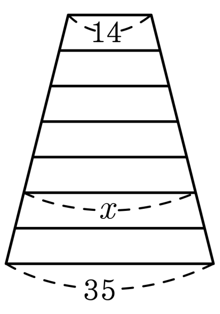
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : 165°

해설

점 I는 내심이므로
$\angle BAD = \angle CAD = \angle x$, $\angle ABE = \angle CBE = \angle y$ 라 하면
$\triangle ABC$에서 $2\angle x + 2\angle y + 50° = 180°$,
$\therefore \angle x + \angle y = 65°$
$\angle ADB = \angle C + \angle CAD = 50° + \angle x$
$\angle AEB = \angle C + \angle CBE = 50° + \angle y$
$\therefore \angle ADB + \angle AEB = 100° + \angle x + \angle y = 165°$

25. 다음 그림과 같은 7단짜리 뜀틀이 있다. 가장 윗부분의 길이가 14이고, 가장 아랫부분의 너비가 35일 때, x의 길이를 구하여라. (단, 1 ~ 7 단까지의 뜀틀의 높이는 모두 일정하다.)

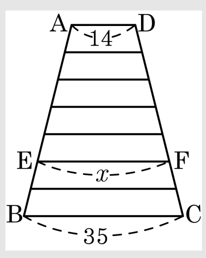


▶ 답 :

▷ 정답 : 29

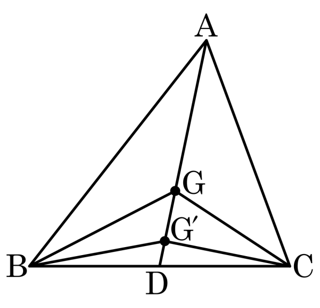
해설

간단히 나타내면 다음 그림과 같고



$\overline{AE} : \overline{EB} = 5 : 2$ 이므로 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{EF} = \dfrac{2 \times 14 + 5 \times 35}{2 + 5} = 29$ 이다.

26. 다음 그림에서 점 G 와 G' 은 각각 $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{GBC}$ 의 무게중심일 때, $\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{GG}'} : \overline{\mathrm{G'D}}$ 는?



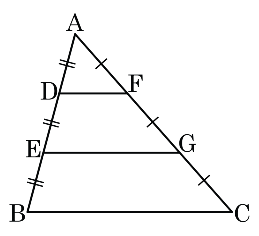
① $2:1:1$ ② $3:2:1$ ③ $4:2:1$

④ $5:2:1$ ⑤ $6:2:1$

해설

점 G 와 G' 은 각각 $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{GBC}$ 의 무게중심이므로 $\overline{\mathrm{GG}'} : \overline{\mathrm{G'D}} = 2:1$, $\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{GD}} = 2:1$ 이다.
$\overline{\mathrm{GG}'} = 2\overline{\mathrm{G'D}}$, $\overline{\mathrm{AG}} = 6\overline{\mathrm{G'D}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{GG}'} : \overline{\mathrm{G'D}} = 6:2:1$ 이다.

27. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점D, E, F, G 는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 삼등분점이다. $\triangle ADF = 4\,cm^2$ 일 때, $\square DEGF$ 와 $\square EBCG$ 의 넓이를 각각 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad cm^2}$

▶ 답 : $\underline{\quad cm^2}$

▷ 정답 : $\square DEGF = 12$ $\underline{cm^2}$

▷ 정답 : $\square EBCG = 20$ $\underline{cm^2}$

해설

$\triangle ADF$ 와 $\triangle AEG$, $\triangle ABC$ 의 닮음비는 $1 : 2 : 3$ 이고, 넓이의 비는 $1 : 4 : 9$ 이다.
따라서 $\triangle ADF : \square DEGF : \square EBCG = 1 : 3 : 5$
$\therefore\ \square DEGF = 12\ (cm^2)$,
$\square EBCG = 20\ (cm^2)$

28. 25 의 음의 제곱근과 어떤 수의 양의 제곱근을 더하였더니 -1 이 되었다. 어떤 수는?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 36 ⑤ 49

해설

25 의 음의 제곱근 : -5

$-5+\square=-1$, $\square=4$

4 는 16 의 양의 제곱근

29. a는 유리수, b는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a}+b$ ② $\frac{b}{a}$ ③ a^2-b^2
④ ab ⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a=2, b=-\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ 이므로 유리수이다.
③ $b=\sqrt{2}$ 일 때, $b^2=2$ 이므로 a^2-b^2 는 유리수이다.
④ $a=0$ 일 때, $ab=0$ 이므로 유리수이다.
⑤ $a=2, b=\sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=2$ 이므로 유리수이다.

30. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

② $\dfrac{3}{\sqrt{2}}(3+2\sqrt{6})-3\left(\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{6}(\sqrt{24}-3\sqrt{2})=12-6\sqrt{3}$

④ $\sqrt{(-6)^2}+(-2\sqrt{2})^2-\sqrt{3}\left(2\sqrt{48}-\sqrt{\dfrac{1}{3}}\right)=-10+\sqrt{3}$

⑤ $\dfrac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}(2-\sqrt{2})=2$

해설

① $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$

$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-(\sqrt{2}+2\sqrt{6})$

$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

$=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

② $\dfrac{3}{\sqrt{2}}(3+2\sqrt{6})-3\left(\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=\dfrac{9}{\sqrt{2}}+6\sqrt{3}-3\sqrt{3}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$=\dfrac{9\sqrt{2}}{2}+6\sqrt{3}-3\sqrt{3}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$=3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{6}(\sqrt{24}-3\sqrt{2})$

$=\sqrt{6}(2\sqrt{6}-3\sqrt{2})$

$=2\times(\sqrt{6})^2-\sqrt{6}\times 3\sqrt{2}$

$=12-3\sqrt{12}=12-6\sqrt{3}$

④ $\sqrt{(-6)^2}+(-2\sqrt{2})^2-\sqrt{3}\left(2\sqrt{48}-\sqrt{\dfrac{1}{3}}\right)$

$=6+8-\sqrt{3}\left(8\sqrt{3}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$=14-24+1=-9$

⑤ $\dfrac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}(2-\sqrt{2})$

$=\dfrac{4\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+2=2$

31. $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a, $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ 의 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a+3b$ 의 값을 구하면? (단, $0<b<1$)

① $\sqrt{3}-3$ ② $2\sqrt{3}-1$ ③ $2\sqrt{3}-3$
④ $3\sqrt{3}-1$ ⑤ $3\sqrt{3}-3$

해설

$\dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$ 이므로 $a = 0$ $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}$ 이므로
$b = \sqrt{3}-1$
$2a+3b = 3(\sqrt{3}-1) = 3\sqrt{3}-3$

32. 이차방정식 $3x^2-6x+k+2=0$의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

이차방정식 $3x^2-6x+k+2=0$은 중근을 갖는다.

$3x^2-6x+k+2=0$

$3(x^2-2x)=-k-2$

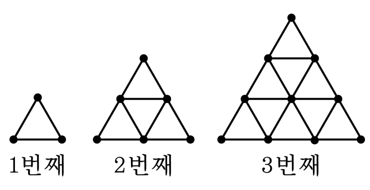
$3(x^2-2x+1)=-k-2+3$

$3(x-1)^2=-k+1$

중근을 가져야 하므로 $-k+1=0$

$\therefore\ k=1$

33. 그림과 같이 꼭짓점을 점으로 표현한 삼각형을 규칙적으로 이어 붙여서 n 번째 순서의 삼각형을 만드는데 사용한 점의 개수는 $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ 개일 때, 점의 개수가 21 개인 삼각형의 순서는?

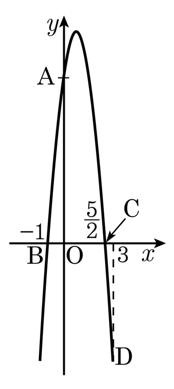


① 5번 째 ② 6번 째 ③ 7번 째
④ 8번 째 ⑤ 9번 째

해설

$\frac{(n+1)(n+2)}{2} = 21$ 이므로
$n^2 + 3n - 40 = 0$
$(n-5)(n+8) = 0$
$n > 0$ 이므로 $n = 5$
따라서 점의 개수가 21 개인 삼각형의 순서는 5 번째이다.

34. 다음 그림은 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프이다. $\triangle$ABC 의 넓이가 $\frac{35}{2}$ 일 때, $\triangle$BCD 의 넓이를 구하여라. (단, A, B, C, D는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

A $(0,\ c)$, B $(-1,\ 0)$, C $\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$, D $(3,\ p)$, $\triangle$ABC $=\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{5}{2}\right)\times c=\frac{35}{2}$, $c=10$

A $(0,\ 10)$

$y=ax^2+bx+c=a(x+1)\left(x-\frac{5}{2}\right)$,

$-\frac{5}{2}a=10$, $a=-4$

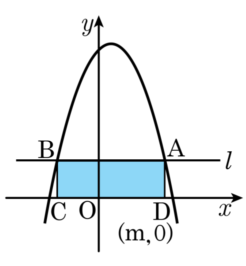
$y=-4(x+1)\left(x-\frac{5}{2}\right)=-4x^2+6x+10$,

$y=-4x^2+6x+10$ 에 D $(3,\ p)$ 를 대입하면

$p=-36+18+10=-8$, D $(3,\ -8)$

$\therefore$ $\triangle$BCD $=\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{5}{2}\right)\times 8=14$ 이다.

35. $y=-x^2+x+6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은?$\left(\frac{1}{2}<m<3\right)$



① $\frac{11}{2}$　② $\frac{31}{4}$　③ 10　④ $\frac{49}{4}$　⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y=-x^2+x+6=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m,\ -m^2+m+6)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2\left(m-\frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2+m+6$

(□ABCD둘레의 길이)

$=2\left\{2\left(\mathrm{m}-\frac{1}{2}\right)-\mathrm{m}^2+\mathrm{m}+6\right\}$

$=2(2\mathrm{m}-1-\mathrm{m}^2+\mathrm{m}+6)$

$=2(-\mathrm{m}^2+3\mathrm{m}+5)$

$=-2\left(\mathrm{m}-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{29}{2}$

$m=\frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

36. 10부터 9999까지의 자연수 중, 숫자 2가 2번만 쓰인 네 자리 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 459개

해설

나머지 자리의 숫자는 2 를 제외한 9 개의 자연수가 될 수 있다.
(1) 천의 자리의 숫자가 2 인 경우
① 백의 자리의 숫자가 2 인 경우 : $9 \times 9 = 81$ (가지)
② 십의 자리의 숫자가 2 인 경우 : $9 \times 9 = 81$ (가지)
③ 일의 자리의 숫자가 2 인 경우 : $9 \times 9 = 81$ (가지)
따라서 $81 + 81 + 81 = 243$ (가지)
(2) 백의 자리의 숫자가 2 인 경우
① 십의 자리의 숫자가 2 인 경우
(천의 자리에 0과 2가 올 수 없으므로) :
$8 \times 9 = 72$ (가지)
② 일의 자리의 숫자가 2 인 경우
(천의 자리에 0과 2가 올 수 없으므로) :
$8 \times 9 = 72$ (가지)
따라서 $72 + 72 = 144$ (가지)
(3) 십의 자리의 숫자가 2 인 경우
① 일의 자리의 숫자가 2 인 경우
(천의 자리에 0과 2가 올 수 없으므로) :
$8 \times 9 = 72$ (가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $243 + 144 + 72 = 459$개이다.

37. 다음 중 경우의 수가 12인 것을 모두 골라라.

① 원 위에 5개의 점이 있을 때, 이 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수
② 100원짜리 동전 1개, 주사위 1개를 던질 때 나타나는 경우의 수
③ A, B, C, D 네 명이 일렬로 사진을 찍는 경우의 수
④ 0,1, 2, 3의 4개의 숫자로 두 자리의 자연수를 만드는 경우의 수
⑤ A, B, C, D 네 명의 학생 중 회장 한 명, 부회장 한 명을 뽑는 경우의 수

해설

① 10가지
② 12가지
③ 24가지
④ 9가지
⑤ 12가지

38. 진희와 연우는 최소 7 번을 겨루어 4 번을 먼저 이기면 승리하는 게임을 한다. 진희가 2 승 1 패로 앞서 나갈 때, 연우가 우승할 확률을 구하여라. (단, 매 경기 진희가 연우에게 질 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고, 비기는 경우는 없다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

연우가 먼저 4 승을 해야 하므로 최대 네 번까지 게임을 할 수 있다.

승을 ○, 패를 × 로 표시하면

(1) 3 번의 게임 후 우승이 결정되는 경우

○○○ 인 경우 : $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

(2) 4번의 게임 후 우승이 결정되는 경우

×○○○ 인 경우 : $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$

○×○○ 인 경우 : $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$

○○×○ 인 경우 : $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{27} + \frac{8}{81} + \frac{8}{81} + \frac{8}{81} = \frac{16}{27}$ 이다.

39. 어느 공장의 제품은 1000 개 중 7 개가 불량품이라고 한다. 합격품 한 개에 100 원의 이익을 얻고, 불량품 한 개에 400 원의 손해가 날 때, 이 공장의 제품 한 개에 대하여 기대할 수 있는 이익은 얼마인지 구하여라.

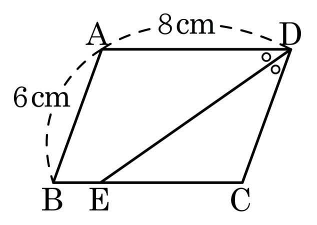
▶ 답: ＿＿＿＿ 원

▷ 정답: 96.5 원

해설

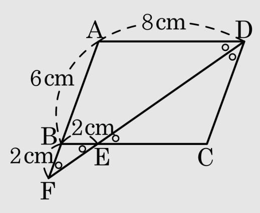
$$100 \times \frac{993}{1000} - 400 \times \frac{7}{1000} = 99.3 - 2.8 = 96.5 \text{ (원)}$$

40. □ABCD는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$인 평행사변형이고, $\overline{DE}$는 $\angle D$의 이등분선일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하면?



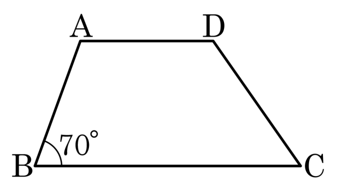
① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설



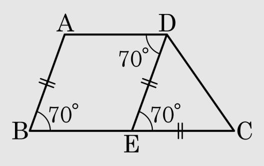
$\overline{DF}$의 연장선과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 F라 하자. 그러면 $\triangle AFD$는 $\angle ADF = \angle AFD$이므로 이등변삼각형이 되므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 8\text{cm}$, $\overline{BE} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$, $\overline{BE} = \overline{BF} = 2\text{cm}$이다.
$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 6\text{cm}$이다.

41. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



① 105° ② 110° ③ 115° ④ 120° ⑤ 125°

해설

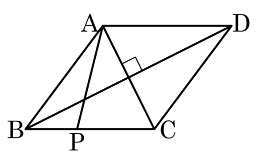


$\overline{AB} // \overline{DE}$ 인 $\overline{DE}$ 를 그으면 □ABED 는 평행사변형이고 $\overline{AB} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 이다.

$\angle EDC = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

$\therefore \angle D = 70° + 55° = 125°$

42. 다음 그림의 마름모 ABCD 에서 $\overline{BP}$: $\overline{PC} = 2 : 3$ 이고, $\overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{BD} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle APC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $30\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

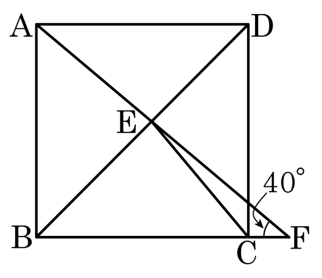
$\square ABCD = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 100 = 50(\text{cm}^2)$

$\triangle ABP : \triangle APC = \overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 3$

$\therefore \triangle APC = \frac{3}{5} \times 50 = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

43. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 대각선 BD 위에 점 E 가 있고, $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AE}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. $\angle AFC = 40°$ 일 때, $\angle BCE = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

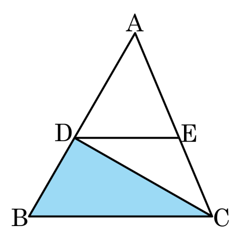


① 30 ② 35 ③ 40 ④ 50 ⑤ 55

해설

$\angle EAD = \angle AFC = 40°$, $\angle BAE = 50°$,
$\triangle ABE \equiv \triangle CBE$ (SAS 합동) 이므로
$\angle BCE = \angle BAE = 50°$ 이다.

44. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 3$ 이다. $\triangle ADE$ 의 넓이가 $5\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\underline{\frac{24}{5}\,\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

(넓이의 비) $= 5^2 : 8^2$

$5 : \triangle ABC = 25 : 64$

$\triangle ABC = \frac{64}{5}(\text{cm}^2)$

$\square DBCE = \frac{39}{64}\triangle ABC = \frac{39}{64} \times \frac{64}{5} = \frac{39}{5}(\text{cm}^2)$

$\triangle CED : \triangle DBC = 5 : 8$ 이므로

$\triangle DBC = \frac{8}{13}\square DBCE = \frac{8}{13} \times \frac{39}{5} = \frac{24}{5}(\text{cm}^2)$

45. 실제 거리가 200 m 인 두 지점 사이의 거리를 4 cm 로 나타내는 지도가 있다. 이 지도에서 실제 넓이가 $15\,\mathrm{km}^2$ 인 땅의 넓이를 구하여라.

① $6000\,\mathrm{cm}^2$ ② $6500\,\mathrm{cm}^2$ ③ $7000\,\mathrm{cm}^2$
④ $7500\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $8000\,\mathrm{cm}^2$

해설

(축척) $= 4 : 20000 = 1 : 5000$
(넓이의 비) $= 1^2 : 5000^2 = 1 : 25000000$
$1 : 25000000 = x : 150000000000$
$x = 6000\ (\mathrm{cm}^2)$

46. $\dfrac{(2009^6-1)}{(2009^3+1)(2009\times2010+1)}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2008

해설

$2009=a$ 라 하면

$\dfrac{(2009^6-1)}{(2009^3+1)(2009\times2010+1)}$

$=\dfrac{a^6-1}{(a^3+1)\left\{a(a+1)+1\right\}}$

$=\dfrac{(a^3+1)(a^3-1)}{(a^3+1)(a^2+a+1)}$

$=\dfrac{a^3-1}{a^2+a+1}$

$=\dfrac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}$

$=a-1$

$\therefore \dfrac{(2009^6-1)}{(2009^3+1)(2009\times2010+1)}$

$=2009-1=2008$

47. 이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 한 근이 p 일 때, $\frac{2p^3}{3p^2-p-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^2-2x-1=0$ 의 한 근이 p 이므로

$p^2-2p-1=0$

$\therefore\ p^2=2p+1$

$p^3=2p^2+p=2(2p+1)+p=5p+2$

$$\begin{aligned}\therefore\ \frac{2p^3}{3p^2-p-1}&=\frac{2(5p+2)}{3(2p+1)-p-1}\\&=\frac{10p+4}{5p+2}\\&=2\end{aligned}$$

48. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2n^2 - 2x + 2n^2 x = 0$ 의 두 근을 p_n, q_n 이라 하고, $S(n) = \frac{1}{(p_1-1)(q_1-1)} + \frac{1}{(p_2-1)(q_2-1)} + \cdots + \frac{1}{(p_n-1)(q_n-1)}$ 이라고 한다. $S(15) = \frac{b}{a}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로 소이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 + 2n^2 - 2x + 2n^2 x = 0$

$x^2 - (2-2n^2)x + 2n^2 = 0$

$p_n + q_n = 2 - 2n^2$

$p_n q_n = 2n^2$ 이므로

$$\begin{aligned}\frac{1}{(p_n-1)(q_n-1)} &= \frac{1}{p_n q_n - (p_n+q_n) + 1} \\ &= \frac{1}{2n^2 + 2n^2 - 2 + 1} \\ &= \frac{1}{4n^2-1} \\ &= \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ S(n) &= \frac{1}{(p_1-1)(q_1-1)} + \frac{1}{(p_2-1)(q_2-1)} \\ &\quad + \cdots + \frac{1}{(p_n-1)(q_n-1)} \\ &= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right. \\ &\quad \left. + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2n+1}\right)\end{aligned}$$

$$\therefore\ S(15) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{31}\right) = \frac{15}{31} = \frac{b}{a}$$

따라서 $a - b = 16$ 이다.

49. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(-5,\ 0)$ 이라고 할 때, 두 점 A, B 와 y 절편으로 이루어지는 삼각형의 넓이는 14 이다. 두 점 A, B 와 꼭짓점으로 이루어지는 삼각형의 넓이를 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17.15

해설

y 절편의 절댓값을 m 이라고 하면

$\frac{1}{2} \times (2+5) \times m = 14,\ m = 4$

$a > 0$ 이고, x 절편이 $-5,\ 2$ 이므로 y 절편은 음수이다.

$y = a(x+5)(x-2)$ 에 $(0,\ -4)$ 를 대입하면

$-4 = -10a,\ a = \frac{2}{5}$

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{5}(x+5)(x-2) \\ &= \frac{2}{5}x^2 + \frac{6}{5}x - 4 \\ &= \frac{2}{5}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{49}{10} \end{aligned}$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 7 \times \frac{49}{10} = 17.15$ 이다.

50. 함수 $f(x) = x - 3$, $g(x) = x^2$, $h(x) = 2x + 4$ 에 대하여 $h(g(f(x)))$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $f(g(h(m)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 141

해설

$g(f(x)) = (x-3)^2$, $h(g(f(x))) = 2(x-3)^2 + 4$ 이므로 $m = 4$

$\therefore\ f(g(h(m))) = (2m+4)^2 - 3 = 141$