1. 이차방정식 $x^2 + ax + 2b = 0$의 한 근이 $2 + ai$일 때 실수 a, b의 합 $a + b$의 값은? (단 $a \neq 0$)

① -9　　② -5　　③ 3　　④ 6　　⑤ 12

해설

한 근이 $2 + ai$이므로 다른 한 근은 $2 - ai$이다.

$\therefore$두 근의 합 $-a = 4$　$\therefore a = -4$

두 근의 곱 $(2 - 4i)(2 + 4i) = 4 + 16 = 2b$

$\therefore b = 10$

$\therefore a + b = 10 - 4 = 6$

2. $|x|(2+3i)+2|y|(1-2i)=6-5i$를 만족하는 실수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$를 꼭짓점으로 하는 다각형의 넓이는?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$(2|x|+2|y|)+(3|x|-4|y|)i=6-5i$

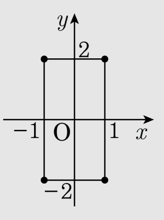
복소수의 상등에 의하여

$|x|+|y|=3,\ 3|x|-4|y|=-5$

두 식을 연립하면

$|x|=1,\ \ |y|=2$

$(x,\ y)\ \rightarrow\ (1,\ 2),\ (1,-2),\ (-1,\ 2),\ (-1,\ -2)$



$\therefore$ 직사각형의 넓이 $=2\times 4=8$

3. 두 실수 a, b에 대하여 복소수 $z = a + bi$와 켤레복소수 $\bar{z} = a - bi$의 곱 $z\bar{z} = 5$일 때, $\frac{1}{2}\left(z + \frac{5}{z}\right)$를 간단히 하면?

① b ② $2b$ ③ 0 ④ $5a$ ⑤ a

해설

$z\bar{z} = 5,\quad \bar{z} = \frac{5}{z}$

$\therefore \frac{1}{2}\left(z + \frac{5}{z}\right) = \frac{1}{2}(z + \bar{z}) = \frac{1}{2} \times 2a = a$

4. $x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$가 x, y의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a의 값을 구하면 ?

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$

$= x^2 + (y+1)x + ay^2 + y - 2$가

x, y의 두 일차식의 곱으로 나타내어지려면

$D = (y+1)^2 - 4(ay^2 + y - 2)$

$= y^2 + 2y + 1 - 4ay^2 - 4y + 8$

$= (1-4a)y^2 - 2y + 9$에서

$\frac{D}{4} = 1 - 9(1-4a) = 0$

$\therefore\ 1 - 9 + 36a = 0$

$\therefore\ a = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

5. x에 관한 방정식 $x^4+ax^2+a^4-2a^2+b^2-4b+5=0$(a, b는 실수)이 한 개의 중근(실근)과 두 허근을 갖도록 a, b의 값을 정할 때, $a+b$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 7

해설

$x^2=t$라 놓으면 $t^2+at+a^4-2a^2+b^2-4b+5=0$
x가 한 개의 중근과 두 허근을 가지려면 t는 0과 음근 하나를 가져야 한다.
두 근의 합 : $-a<0$　 $\therefore\ a>0$
두 근의 곱 : $a^4-2a^2+b^2-4b+5=0$
$(a^2-1)^2+(b-2)^2=0$
$a^2=1,\ b=2$
$\therefore\ a=1\ (\because\ a>0),\ b=2$
$\therefore\ a+b=3$