

1. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

2. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b\end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

3. 실수 x, y 에 대하여, 등식 $2x + y + (x - 3y)i = 3 + 2i$ 가 성립할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{11}$ ② 11 ③ 7 ④ -7 ⑤ -11

해설

$2x + y = 3, x - 3y = 2$ 이므로

$$x = \frac{11}{7}, y = -\frac{1}{7}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{11}{7} \times -\frac{7}{1} = -11$$

4. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$

㉡ (생략)

㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면

$$\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 \quad (x, y \text{는 실수})$$

$$x^2 + y^2 = 0 \text{ 이려면 } x = 0, y = 0$$

$$\text{즉, } \alpha = 0$$

5. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $f(1) = f(3) = 8$ 이고 최솟값 5를 가질 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$ 이므로

이차함수는 $f(x) = a(x - 2)^2 + 5$ 라고 할 수 있다.

$f(3) = 8$ 이므로 $x = 3, y = 8$ 을 대입하면

$a + 5 = 8 \quad \therefore a = 3$ 이므로

$$f(x) = 3(x - 2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

6. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14

② -12

③ -10

④ -8

⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x-2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x-2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

7. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \text{의 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore a = -3, \text{ 나머지 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

8. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$ 를 $2x + 1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$

② $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$

③ $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$

④ $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$

⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1\end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

9. 다음 중 $(x + y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

① $x^2 - 2xy - 4y^2$

② $x^2 - 2xy + 4y^2$

③ $x^2 + 2xy + 4y^2$

④ $x^2 - 4xy - 7y^2$

⑤ $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x + y)^3 - (2y)^3 \\&= \{(x + y) - 2y\}\{(x + y)^2 + (x + y)2y + (2y)^2\} \\&= (x - y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\&= (x - y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

10. $a^4 - 7a^2 + 9$ 를 인수분해하면?

① $(a^2 + a + 3)(a^2 - a + 3)$

② $(a^2 - 2a - 3)(a^2 - a - 3)$

③ $(a^2 + a - 3)(a^2 - a - 3)$

④ $(a^2 + 2a - 3)(a^2 - a - 3)$

⑤ $(a^2 + a - 3)(a^2 - 2a - 3)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^4 - 6a^2 + 9) - a^2 \\&= (a^2 - 3)^2 - a^2 \\&= (a^2 + a - 3)(a^2 - a - 3)\end{aligned}$$

11. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(x \otimes x^2) = \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1}$$

$$(x^2 - x) \otimes (x - 1) = \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)}$$

$$= \frac{x-1}{x-1-x^2+x}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x^2-2x+1)}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2}$$

$$= -\frac{1}{x-1}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

12. 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x + 2$ 이고 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 + ax + 6$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 0

② 1

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수 $G = x + 2$

최소공배수는 G 를 인수로 가지므로

$x = -2$ 를 최소공배수에 대입하면 0 이 된다.

$$x^3 + 2x^2 + ax + 6$$

$$= (-2)^3 + 2(-2)^2 + a(-2) + 6$$

$$= -8 + 8 - 2a + 6$$

$$= -2a + 6 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

13. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x+2$ 이고, 최소 공배수가 $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ 일 때, 이 두 다항식의 합을 구하면?

① $x^2 - x - 10$

② $2x^2 - x - 10$

③ $x^2 - x - 12$

④ $2x^2 - x - 20$

⑤ $2x^2 + x - 10$

해설

a, b 가 서로소일 때, 두 다항식이 $(x+2)a, (x+2)b$ 이면 최소공배수는 $(x+2)ab$ 이다.

$$\begin{aligned}x^3 - 3x^2 - 4x + 12 &= (x+2)ab \\ &= (x+2)(x-2)(x-3)\end{aligned}$$

따라서 두 다항식은 각각

$$(x+2)(x-2), (x+2)(x-3)$$

∴(두 다항식의 합)

$$\begin{aligned}&= (x+2)(x-2) + (x+2)(x-3) \\ &= 2x^2 - x - 10\end{aligned}$$

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(m-2)x + 2m-1 = 0$ 의 두 근이 모두 음수일 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m > 5$

② $m \geq 5$

③ $m < 5$

④ $m \leq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq 5$

해설

주어진 이차방정식이 두 실근을 가져야 하므로

$$D/4 = (m-2)^2 - 2m + 1 \geq 0$$

$$\text{즉 } m^2 - 4m + 4 - 2m + 1 = m^2 - 6m + 5 \geq 0$$

따라서 $(m-5)(m-1) \geq 0$ 이므로

$$m \leq 1 \text{ 또는 } m \geq 5$$

또 두근의 합 $-2(m-2) < 0$ 이어야 하므로 $m > 2$

또 두근의 곱 $2m-1 > 0$ 이어야 하므로 $m > \frac{1}{2}$

따라서 $m \geq 5$

15. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 2 일 때, k 의 값을 구하면?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = -2(x^2 - 2x) + k = -2(x - 1)^2 + (k + 2) \text{ 에서}$$

$$\text{최댓값 } k + 2 = 2$$

$$\therefore k = 0$$