

1. 두 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$, $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ 의 중심을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 2x + 1$

② $y = 2x - 1$

③ $y = -x - 1$

④ $y = -x + 1$

⑤ $y = x + 1$

해설

두 원의 중심은 $(-2, 1)$, $(2, -3)$

$\Rightarrow$ 두 점을 지나는 직선은

$$y = \frac{-3-1}{2-(-2)}(x-2) - 3$$

$$\rightarrow y = -x - 1$$

2. 점 $(2, 3)$ 을 x 축, y 축에 대하여 대칭이동한 점을 각각 P, Q 라 할 때, 점 P, Q 의 좌표는?

① $P(2, 3), Q(-2, 3)$

② $P(2, -3), Q(2, 3)$

③ $P(2, -3), Q(-2, 3)$

④ $P(-2, 3), Q(2, -3)$

⑤ $P(3, -2), Q(-3, 2)$

해설

점 (x, y) 를

1) x 축에 대하여 대칭이동하면 : $(x, -y)$

2) y 축에 대하여 대칭이동하면 : $(-x, y)$

3) 원점에 대하여 대칭이동하면 : $(-x, -y)$

4) 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면

: (y, x)

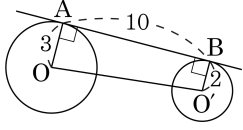
점 $(2, 3)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점

: $P(2, -3)$

점 $(2, 3)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한점

: $Q(-2, 3)$

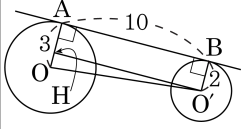
3. 다음 그림의 두 원 O, O' 에서 공통접선 AB 의 길이가 10 이고, 두 원의 반지름의 길이가 각각 3, 2 일 때, 두 원의 중심거리는?



- ① $\sqrt{101}$ ② $\sqrt{103}$ ③ $\sqrt{105}$ ④ $\sqrt{106}$ ⑤ $\sqrt{107}$

해설

중심 O' 에서 선분 AO 에 내린
수선의 발을 H 라 하면,
직각삼각형 $OO'H$ 에서
 $OO' = \sqrt{10^2 + (3-2)^2} = \sqrt{101}$



4. 다음 원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 직선 $y = x + 5$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 0개

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리를 구해보면,

$$\frac{|5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} > 3$$

반지름보다 크므로 원과 직선은 만나지 않는다.

5. 평면위의 한 점 (a, b) 를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(2, 5)$ 이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(a+3, b+2) = (2, 5)$ 이므로 $a = -1, b = 3$
따라서 $a+b = 2$

6. 좌표평면에서 점 $C(2, 3)$ 을 중심으로 하고, 반지름의 길이가 1인 원이 있다.
 이 원 밖의 한 점 P 에서 이 원에 하나의 접선을 그을 때, 그 접점을 Q , 원점을 O 라 하자.
 이 때, $\overline{OP} = \overline{PQ}$ 를 만족시키는 점 P 의 자취방정식을 구하면?

- ① $2x + 3y = 6$ ② $x + y = 2$ ③ $3x + 2y = 6$
 ④ $2x - 3y = 6$ ⑤ $3x - 2y = 6$

해설

점 $P(x, y)$ 와 $C(2, 3)$ 사이의 거리는
 $\sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2}$, $\overline{CQ} = 1$
 이고, $\triangle PCQ$ 가 직각삼각형이므로
 피타고라스정리에 의하여
 $\overline{PQ} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2 - 1}$
 $\overline{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\overline{PQ} = \overline{OP}$ 이므로
 $\sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2 - 1} = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\therefore 2x + 3y = 6$

7. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 8x + 6y + a = 0$ 이 서로 외접할 때, 상수 a 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$x^2 + y^2 = 1, (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 25 - a$$

두 원이 외접하면 중심사이 거리와 반지름의
합이 같다.

$$\Rightarrow 1 + \sqrt{25 - a} = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$\Rightarrow a = 9$$

8. 원 $x^2 + y^2 = 2$ 와 직선 $y = -x + k$ 이 한점에서 만나도록 하는 k 값은?(단, $k < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -2$

해설

원이 직선과 한 점에서 만나려면,
즉 겹치려면 원의 중심과 직선사이 거리가
반지름과 같아야 한다.

⇒ 중심 : $(0, 0)$ 직선 : $x + y - k = 0$

$$\frac{|1 \times 0 + 1 \times 0 - k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$$

⇒ $k = \pm 2$

∴ $k = -2$ ($\because k < 0$)

9. 점 A(0, a) 에서 원 $x^2 + (y-2)^2 = 9$ 에 그은 두 접선이 수직이 되도록 하는 a 의 값들의 합을 구하면?

- ① -1
- ② $-\sqrt{2}$
- ③ 2
- ④ $3\sqrt{2}$
- ⑤ 4

해설

접선의 기울기를 m 이라 하면 접선의 방정식은 $y = mx + a$ 이다. 원의 중심 (0, 2) 에서 직선 $mx - y + a = 0$ 에 이르는 거리가 반지름의 길이와 같으므로 $\frac{|m \times 0 - 2 + a|}{\sqrt{m^2 + 1^2}} = 3$
 $\therefore |a - 2| = 3\sqrt{m^2 + 1}$ 양변을 제곱하여 정리하면 $9m^2 - (a^2 - 4a + 5) = 0$ 이 방정식의 두 근을 m_1, m_2 라 하면 두 접선이 서로 수직이므로
 $m_1 m_2 = -\frac{1}{9}(a^2 - 4a + 5) = -1, a^2 - 4a - 14 = 0$
 $\therefore a = 2 \pm 3\sqrt{2}$
따라서, 구하는 a 의 값들의 합은 $(2 + 3\sqrt{2}) + (2 - 3\sqrt{2}) = 4$

10. 이차방정식 $x^2 + y^2 = 2|x|$ 과 $x^2 + y^2 = 2|x+y|$ 의 공통근의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$x^2 + y^2 = 2 |x| \cdots \textcircled{7}$$

$$x^2 + y^2 = 2 |x + y| \cdots \textcircled{L}$$

㉠)과 ㉡)에서 $2 \mid x \Rightarrow 2 \mid x + y$

$$\therefore x + y = \pm x$$

$$\therefore y = 0 \text{ 또는 } y = -2x \cdots \textcircled{C}$$

㉠과 ㉡의 교점의 개수는 다음 그림

에서 5개이다.

실제로, 교점을 구하면

$(0, 0), (\pm 2, 0),$

$$\left(\pm \frac{2}{5}, \mp \frac{4}{5}\right)$$

(복부호동순)

(복부호동순)

