

1. $10^n = A$ 라 할 때, $5^n(2^{n+2} + 2^n)$ 을 A 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5A$

해설

$$\begin{aligned} 5^n(2^{n+2} + 2^n) &= 5^n(2^n \times 2^2 + 2^n) \\ &= 5^n(4 \times 2^n + 2^n) \\ &= 5^n(5 \times 2^n) \\ &= 5 \times 2^n \times 5^n \\ &= 5 \times (2 \times 5)^n \\ &= 5 \times 10^n \\ &= 5A \end{aligned}$$

2. $a = \frac{1}{3^{2x-1}}$ 일 때, 81^x 를 a 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{9}{a^2}$

해설

$$\frac{1}{3^{2x-1}} \text{ 에서 } 3^{2x-1} = \frac{1}{a}$$

$$3^{2x} \times 3^{-1} = \frac{1}{a}, \quad 3^{2x} = \frac{1}{a} \times 3, \quad 3^{2x} = \frac{3}{a}$$

$$\therefore 9^x = \frac{3}{a}$$

$$\text{따라서 } 81^x = (9^x)^2 = \left(\frac{3}{a}\right)^2 = \frac{9}{a^2}$$

3. $\frac{5^{-x}}{2^x} = k$ 일 때, 100^x 의 값을 k 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{k^2}$

해설

$$\frac{5^{-x}}{2^x} = k \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{2^x 5^x} = k, 2^x 5^x = \frac{1}{k} \quad \therefore 10^x = \frac{1}{k}$$

$$100^x = (10^x)^2 = \left(\frac{1}{k}\right)^2 = \frac{1}{k^2}$$

4. 연립방정식
$$\begin{cases} xy = 2 \\ yz = 8 \\ zx = 4 \end{cases}$$
 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$xy = 2, yz = 8, zx = 4$ 에서

각 변을 곱하면 $(xyz)^2 = 64$

$\therefore xyz = 8$ 또는 $xyz = -8$

(i) $xyz = 8$ 일 때,

$yz = 8$ 이므로 $x = 1$

$zx = 4$ 이므로 $y = 2$

$xy = 2$ 이므로 $z = 4$

$\therefore x = 1, y = 2, z = 4$

(ii) $xyz = -8$ 일 때,

$x = -1, y = -2, z = -4$

$(x, y, z) = (1, 2, 4), (-1, -2, -4)$

(i), (ii) 에서 $x^2 + y^2 + z^2 = 21$ 이다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} ax + 4y = 17 \\ 5x + by = 10 \end{cases}$ 의 해가 $x = -1, y = 5$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$ax + 4y = 17$ 에 $x = -1, y = 5$ 를 대입

$$-a + 20 = 17$$

$$a = 3$$

$5x + by = 10$ 에 $x = -1, y = 5$ 를 대입

$$-5 + 5b = 10$$

$$b = 3$$

$$\therefore a + b = 6$$

6. 연립방정식
$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 11 \\ 4x + 5y - z = 3 \\ -2x + y + z = 7 \end{cases}$$
 의 해가 $x = a, y = b, z = c$ 일

때, abc 의 값은?

① -2

② -3

③ -4

④ -5

⑤ -6

해설

$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 11 & \dots ① \\ 4x + 5y - z = 3 & \dots ② \\ -2x + y + z = 7 & \dots ③ \end{cases}$$

① + ② $\times 2$ 를 하면 $11x + 14y = 17 \dots ④$

② + ③ 을 하면 $2x + 6y = 10 \Rightarrow x + 3y = 5 \dots ⑤$

④ - ⑤ $\times 11$ 을 하면 $-19y = -38 \quad \therefore y = 2, x = -1$

$x = -1, y = 2$ 를 ③ 식에 대입하면

$$2 + 2 + z = 7$$

$$\therefore z = 3$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = 3$$

$$\therefore abc = -6$$

7. 10km 떨어진 강의 두 지점을 왕복하는 배가 있다. 강물을 거슬러 올라가다가 고장이 나서 10 분간 떠내려가는 바람에 왕복하는 데 2 시간이 걸렸다. 떠내려 간 시간을 빼면, 올라가는 데 걸린 시간은 내려가는 데 걸린 시간의 $\frac{6}{5}$ 배였다. 정지된 물에서의 배의 속력을 구하여라.

▶ 답 : km/h

▷ 정답 : $\frac{144}{13}$ km/h

해설

정지된 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 흐르는 물의 속력을 시속 y km 라 하면

10 분간 떠내려 간 거리는 $\frac{y}{6}$ km 이다.

또 한, 배 가 총 움 직 인 시 간 은 (왕복 2시간) - (고장나서 떠내려 간 시간 10분) = 110분이고,

(올라갈 때 걸린 시간) : (내려올 때 걸린 시간) = 6 : 5 이므로
올라갈 때 걸린 시간은 60 분(1 시간), 내려올 때 걸린 시간은 50 분($\frac{5}{6}$ 시간)이다.

거리에 관한 식을 세우면

$$\begin{cases} \frac{5}{6}(x+y) = 10 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x-y = 10 + \frac{1}{6}y & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 방정식의 해를 구하면

$$x = \frac{144}{13}, y = \frac{12}{13}$$

따라서 정지된 물에서의 배의 속력은 $\frac{144}{13}$ km/h이다.

8. 배를 타고 4km 길이의 강을 강물이 흐르는 방향으로 가는데 10 분, 반대 방향으로 거슬러 올라가는 데 20 분이 걸렸다. 이 때, 강물이 흐르는 속력은?

① 9km/h

② 0.1km/h

③ 6km/h

④ 0.5km/h

⑤ 18km/h

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면

$$\begin{cases} \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}y = 4 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y = 4 \end{cases}$$

$$\therefore x = 18, y = 6$$

9. 강의 하류 지점 A 와 상류 지점 B 에 부표를 달아 표시한 후, 배를 타고 A 에서 B 지점까지 30 분을 이동한 후, 다시 A 로 돌아오기로 하였다. 그런데 A 에 달아 놓은 부표의 끈이 출발과 동시에 끊어져서 실제 A 지점보다 한참 하류 쪽까지 더 가야 부표를 만날 수 있었다. 배의 속도는 5km/h, 강물의 속도는 2km/h 일 때, 실제 배를 타고 이동한 시간은 원래 계획보다 몇 시간 더 걸렸는지 소수점 첫째 자리까지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 0.3 시간

해설

배의 처음 위치를 A , 상류로 올라가다가 배를 돌린 지점을 B 이고, 부표와 마주친 지점을 C 라 하면
부표가 떠내려간 시간을 x 시간, A 와 C 사이의 거리를 y km 라 하면

$$\begin{aligned} y &= (\text{배가 30분 동안 올라간 거리}) \\ &\quad + (\text{부표가 } x \text{시간 동안 떠내려간 거리}) \\ &= (5 - 2) \times \frac{1}{2} + 2x = 2x + \frac{3}{2} \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= (\text{배가 } x - \frac{1}{2} \text{시간 동안 내려간 거리}) \\ &= (5 + 2) \times \left(x - \frac{1}{2}\right) = 7x - \frac{7}{2} \cdots \text{㉡} \end{aligned}$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } x = 1, y = \frac{7}{2}$$

따라서 배를 타고 이동한 시간은 부표가 떠내려간 거리를 가는 시간만큼 계획보다 더 걸린 것이므로

$$\frac{1 \times 2}{5 + 2} = \frac{2}{7} = 0.285 \cdots = 0.3(\text{시간}) \text{ 이 더 걸렸다.}$$

10. 일차방정식 $(2a - 1)x - by + 2 = 0$ 의 그래프가 점 $(3, -4)$ 를 지나고 일차방정식 $y = 2$ 에 평행한 직선일 때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

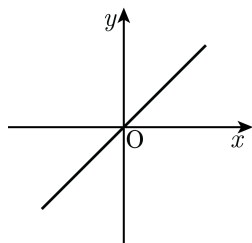
해설

$(2a - 1)x - by + 2 = 0$ 이 x 축에 평행한 직선이므로 $2a - 1 = 0$ 이고 $y = \frac{2}{b}$ 가 성립한다.

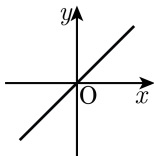
점 $(3, -4)$ 를 지나므로 식은 $y = -4$ 이고, $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $\frac{b}{a} = -1$ 이다.

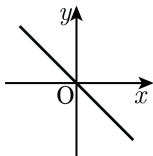
11. 일차방정식 $ax - by + c = 0$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 $bx - cy + a = 0$ 의 그래프는? (단, a, b, c 는 상수이다.)



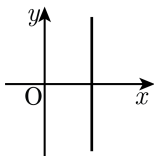
①



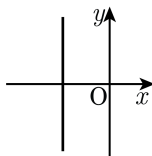
②



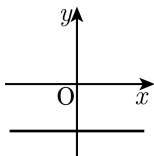
③



④



⑤



해설

- i) $ax - by + c = 0$ 를 $y = \frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ 로 변형하면, $\frac{a}{b} > 0, \frac{c}{b} = 0$ 이므로 $a > 0, b > 0$ 또는 $a < 0, b < 0, c = 0$ 이다.
- ii) $bx - cy + a = 0$ 에서 $c = 0$ 이므로 $x = -\frac{a}{b} < 0$ 이다.

12. 일차방정식 $(2a-4)x + (b-3)y - 6 = 0$ 이 두 직선 $2x - y = 4$, $x + y = 5$ 와 한 점에서 동시에 만나고, 일차방정식 $y = 5$ 에 수직으로 만나는 직선일 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

- i) 일차방정식 $y = 5$ 에 수직이므로 이 직선은 y 축에 평행하다.
따라서 $x = k$ (k 는 상수)의 꼴이므로 $2b - 3 = 0$, $b = 3$
- ii) 두 직선 $2x - y = 4$, $x + y = 5$ 의 교점은 $(3, 2)$ 이고 이 점에서 만나므로 대입하면
 $3(2a - 4) - 6 = 0$, $a = 3$ 이다.
따라서 $a + b = 3 + 3 = 6$ 이다.

13. 세 직선 $x - 2y = -4$, $x + y = -1$, $ax - 5y + 1 = 0$ 으로 삼각형이 이루어지지 않을 때, a 의 값의 합을 구하여라.

① $-\frac{9}{2}$

② 5

③ 10

④ $\frac{11}{2}$

⑤ 15

해설

i) $ax - 5y + 1 = 0$ 이 다른 직선과 평행일 경우

$$\frac{1}{a} = \frac{-2}{-5} \neq \frac{4}{1} \text{ 에서 } a = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{-5} \neq \frac{1}{1} \text{ 에서 } a = -5$$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 경우

$$\begin{cases} x - 2y = -4 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x + y = -1 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = -2$, $y = 1$

$ax - 5y + 1 = 0$ 에 $x = -2$, $y = 1$ 을 대입하면

$$-2a - 5 + 1 = 0, a = -2$$

모든 a 값의 합은

$$\therefore \frac{5}{2} + (-5) + (-2) = -\frac{9}{2}$$

14. 세 직선 $2x + 3y = 4$, $3x + y - 13 = 0$, $x - ay + 7 = 0$ 이 한 점에서 만날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 & \dots \textcircled{㉠} \\ 3x + y - 13 = 0 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠과 ㉡을 연립하여 풀면 $x = 5$, $y = -2$

즉, 세 직선은 점 $(5, -2)$ 에서 만난다.

$x - ay + 7 = 0$ 에 점 $(5, -2)$ 를 대입하면

$$5 + 2a + 7 = 0, 2a = -12, a = -6$$

15. 세 직선 $x + 3y - 2 = 0$, $4x - y + 5 = 0$, $2x + 3y - a = 0$ 의 교점으로 삼각형이 만들어지지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

세 직선의 기울기가 서로 다르므로 한 점에서 만날 때의 a 의 값을 구한다.

$$x + 3y - 2 = 0 \text{에서 } x = -3y + 2$$

$$4(-3y + 2) - y + 5 = 0$$

$$-12y + 8 - y + 5 = 0$$

$$-13y + 13 = 0$$

$$y = 1, x = -1$$

$$x = -1, y = 1 \text{을 } 2x + 3y - a = 0 \text{에 대입하면}$$

$$\therefore 2 \times (-1) + 3 \times 1 - a = 0 \quad \therefore a = 1$$