

1. 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ '의 진리집합은 $\{2, 3\}$ 이다.
- ② 조건 ' x 는 소수이다.'의 진리집합은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.
- ③ 조건 ' x 는 4의 약수이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.
- ⑤ 조건 ' x 는 6의 약수이다.'의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.

2. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.

② $\sqrt{(-3)^2} = -3$

③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.

④ $|x + y| = |x - y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

3. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

4. 다음 명제의 대우로 알맞은 것은?

‘ $a+b$ 가 홀수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.’

- ① $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.
- ② a, b 모두 짝수이거나 또는 홀수이면 $a+b$ 가 짝수이다.
- ③ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 짝수이다.
- ④ a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이면, $a+b$ 가 홀수이다.
- ⑤ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 홀수이다.

5. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 「 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.」임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 「 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.」이 때, n 이 짝수이면 $n = (나)$ (단, k 는 자연수) 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

- ① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$ ③ 대우, $2k + 1$
④ 역, $2k + 1$ ⑤ 역, $4k^2$

6. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?(a, x, y, z 는 모두 실수)

① $p: a < b, \quad q: |a| < |b|$

② $p: 2x + 3 = 5, \quad q: x^2 - 2x + 1 = 0$

③ $p: a > 3, \quad q: a^2 > 9$

④ $p: x > 0$ 이고 $y > 0, \quad q: x + y > 0$

⑤ $p: xy = yz, \quad q: x = z$

7. $x-4=0$ 이 $x^2+ax-48=0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

9. $0 < a < 1$ 일 때, $P = \frac{1}{a}$, $Q = \frac{1}{2-a}$, $R = \frac{a}{2+a}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ① $P < R < Q$ ② $R < Q < P$ ③ $Q < P < R$
④ $Q < R < P$ ⑤ $R < P < Q$

10. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a-b| > |a|-|b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \leq 0$

② $ab \geq 0$

③ $a+b \geq 0$

④ $ab < 0$

⑤ $a-b > 0$

11. 자연수 n 에 대하여 2^{4n} , 3^{3n} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $2^{4n} < 3^{3n}$

② $2^{4n} > 3^{3n}$

③ $2^{4n} \leq 3^{3n}$

④ $2^{4n} \geq 3^{3n}$

⑤ $2^{4n} = 3^{3n}$

12. 두 양수 a, b 에 대하여 다음 설명 중 틀린 것은?

- ① a, b 의 산술 평균은 $\frac{a+b}{2}$ 이다.
- ② \sqrt{ab} 는 a, b 의 기하평균이다.
- ③ $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 은 절대부등식이다.
- ④ $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ 이면 반드시 $b = \frac{1}{a}$ 이다.
- ⑤ $a + \frac{1}{a} \geq 2$ 는 항상 성립한다.

13. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.

▶ 답: _____

14. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

 답: _____

15. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답: _____

▶ 답: _____

16. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x+y$ 의 최댓값은?

- ① $\sqrt{7}$ ② 3 ③ $\sqrt{13}$ ④ 5 ⑤ 12

17. 두 조건 $p : 0 < x < 3$, $q : -1 < x < 2$ 에 대하여 ' $\sim p$ 또는 q ' 의 부정은?

① $0 < x < 2$

② $-1 < x < 3$

③ $x \leq -1$ 또는 $x > 0$

④ $-1 \leq x < 3$

⑤ $2 \leq x < 3$

18. 실수 x, y 에 대하여 조건 ' $|x| + |y| = 0$ '의 부정과 같은 것은?

- ① $x = y = 0$
- ② $x = y \neq 0$
- ③ $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$
- ④ x, y 중 적어도 하나는 0 이다.
- ⑤ x, y 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

19. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하고 명제 $\sim p \rightarrow \sim q, q \rightarrow \sim r$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \cap Q = Q$ ② $P \cap R^c = \emptyset$ ③ $P^c \cup R = R$
④ $Q \cup R = Q$ ⑤ $Q^c \cup R = R$

20. 전체집합을 $U = (-1, 0, 1)$ 이라 할 때, 전체집합 U 에 대하여 다음 중 참인 명제는?

- ① 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$ 이다.
- ② 임의의 x, y 에 대하여 $x + y \leq 1$ 이다.
- ③ 어떠한 x 에 대하여도 $x^2 + 2x \geq -1$ 이다.
- ④ 적당한 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 > 1$ 이다.
- ⑤ $x^2 + x < x^3$ 인 x 가 존재한다.

21. 아래의 두 조건에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례들의 집합을 구하면?

「 p : x 는 18의 약수, q : x 는 12의 약수」

- ① {1, 2, 3, 6} ② {6, 12, 9, 8} ③ {9, 18}
④ {12, 18} ⑤ {6, 9, 18}

22. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

 답: _____

23. 전체집합 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하자. $P = \{-1, 0, 1\}$, $Q = \{-1, a + 3\}$, $R = \{2, 4, 2a + 7\}$ 이고 $q \rightarrow p, p \rightarrow \sim r$ 가 항상 참일 때, a 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

24. 두 실수 x, y 에 대하여 다음 명제가 참일 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

$$x + y < 8 \text{이면 } x < -2 \text{ 또는 } y < k$$

▶ 답: _____

25. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $q \rightarrow r$

② $\sim p \rightarrow \sim r$

③ $\sim r \rightarrow \sim p$

④ $p \rightarrow r$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

26. 두 명제 $p \rightarrow q$, $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $q \rightarrow r$

② $p \rightarrow r$

③ $\sim q \rightarrow \sim p$

④ $r \rightarrow p$

⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

27. 다음의 두 진술이 모두 참이라고 할 때, 옳은 것은?

- | |
|---|
| <p>㉠ 키가 큰 학생은 농구를 잘한다.
㉡ 키가 큰 학생은 달리기 또는 수영을 잘한다.</p> |
|---|

- ① 키가 큰 학생은 달리기를 잘한다.
② 수영을 잘하는 학생은 농구도 잘한다.
③ 농구를 잘하는 학생은 달리기도 잘한다.
④ 달리기를 못하는 학생은 키가 크지 않다.
⑤ 달리기와 수영을 모두 못하는 학생은 키가 크지 않다.

28. 다음 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.(단, a, b 는 실수)

- | |
|--|
| (i) $p : a, b$ 는 유리수, $q : a + b, ab$ 는 유리수
(ii) $p : x$ 는 3의 배수, $q : x$ 는 6의 배수 |
|--|

 답: _____ 조건

29. 다음 ㉔, ㉕에 알맞은 것끼리 짝지어진 것은?

네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건일 때, s 는 p 이기 위한 (㉔)조건이며 p 는 q 이기 위한 (㉕)조건이다.

- | | |
|------------|----------|
| ① 필요, 필요 | ② 필요, 충분 |
| ③ 충분, 필요 | ④ 충분, 충분 |
| ⑤ 필요충분, 충분 | |

30. 다음은 $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈 칸 (가), (나), (다)에 들어갈 식 또는 기호가 순서대로 바르게 나열된 것을 고르면?

$$\begin{aligned}
 & a > 0, b > 0 \text{ 일 때, } \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b} \\
 & \text{(증명)} \\
 & \boxed{\text{가}} - \boxed{\text{나}} \\
 & = (a + 2\sqrt{ab} + b) - (a + b) = 2\sqrt{ab} > 0 \\
 & \therefore (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2 \\
 & \text{그런데, } \sqrt{a} + \sqrt{b} \boxed{\text{다}} 0, \\
 & \sqrt{a+b} \boxed{\text{다}} 0 \text{ 이므로 } \therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}
 \end{aligned}$$

- ① $\sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{a+b}, <$
 ② $\sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{a+b}, >$
 ③ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, (\sqrt{a+b})^2, <$
 ④ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, (\sqrt{a+b})^2, >$
 ⑤ $(\sqrt{a+b})^2, (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, >$

31. 다음은 임의의 실수 x, y 에 대하여 $|x + y| \geq |x - y|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 과정에서 ㉠ 에 알맞은 것은?

증명

$$\begin{aligned} & (|x + y|)^2 - |x - y|^2 \\ &= |x|^2 + 2|x||y| + |y|^2 - (x - y)^2 \\ &= 2(|xy| + xy) \geq 0 \\ &\therefore (|x + y|)^2 \geq |x - y|^2 \\ &\text{그런데 } |x + y| \geq 0, |x - y| \geq 0 \text{ 이므로} \\ &|x + y| \geq |x - y| \text{ (단, 등호는 (㉠) 일 때, 성립)} \end{aligned}$$

- ① $xy > 0$ ② $xy < 0$ ③ $xy \geq 0$
④ $xy \leq 0$ ⑤ $xy = 0$

32. 실수 a, b, c, x, y 에 대하여 항상 성립하는 부등식(절대부등식)을 다음 [보기] 중에서 고를 때, 옳은 표현의 개수는?

보기

- (㉠) $x^2 - xy + y^2 \geq 0$
(㉡) $x^2 - x + 1 > 0$
(㉢) $|a + b| \leq |a| + |b|$
(㉣) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$
(㉤) $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$
(㉥) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

- ① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

33. 두 실수 x, y 의 제곱의 합이 10일 때, $x+3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M-m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답: _____