

1. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균이 3 과 분산이 2 일 때, 변량 $\frac{1}{3}a, \frac{1}{3}b, \frac{1}{3}c$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

- ① $1, \frac{1}{9}$ ② $1, \frac{2}{9}$ ③ $2, \frac{1}{9}$ ④ $3, 2$ ⑤ $4, 2$

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 3 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 3$$

$$\therefore a+b+c = 9 \dots\dots\textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2}{3} = 2$$

$$(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = 6$$

$$a^2 - 6a + 9 + b^2 - 6b + 9 + c^2 - 6c + 9 = 6$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 6(a+b+c) + 27 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 6 \times 9 + 27 = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 33$$

따라서 $\frac{1}{3}a, \frac{1}{3}b, \frac{1}{3}c$ 의 평균은

$$\frac{1}{3} \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{3} + \frac{c}{3} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} (a+b+c) = 1$$

이고, 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{1}{3}a - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{3}b - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{3}c - 1 \right)^2 \right\} \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{9}a^2 - \frac{2}{3}a + 1 + \frac{1}{9}b^2 \right) \\ & \quad - \left(\frac{2}{3}b + 1 + \frac{1}{9}c^2 - \frac{2}{3}c + 1 \right) \\ &= \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2) - \frac{2}{3}(a+b+c) + 3 \right\} \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{9} \times 33 - \frac{2}{3} \times 9 + 3 \right) \\ &= \frac{2}{9} \end{aligned}$$

이다.