1. 지호네 반 학생 40 명의 몸무게의 평균은 60 kg 이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38 명의 몸무게의 평균이 59.5 kg 이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg

④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40 명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$

전학생 2 명을 뺀 38 명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$

전학생 2 명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$

$\therefore$ (전학생 2 명의 몸무게의 평균) $= \dfrac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

2. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$ ② $\frac{51}{3}$ ③ $\frac{52}{3}$ ④ $\frac{53}{3}$ ⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$\therefore\ x+y+z=12 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$$

$$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$$

$$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48=6$$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{54}{3}=18$$ 이다.

3. 네 수 5, 7, x, y 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

변량 5, 7, x, y 의 평균이 4 이므로

$\frac{5+7+x+y}{4} = 4, \quad x+y+12 = 16$

$\therefore x+y = 4 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 분산이 3 이므로

$\frac{(5-4)^2+(7-4)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{4} = 3,$

$\frac{1+9+x^2-8x+16+y^2-8y+16}{4} = 3,$

$\frac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4} = 3$

$x^2+y^2-8(x+y)+42 = 12$

$\therefore \ x^2+y^2-8(x+y) = -30 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore \ x^2+y^2 = 8(x+y)-30 = 8\times 4-30 = 2$

따라서 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은

$\frac{5+2x^2+2y^2+7}{4} = \frac{12+2(x^2+y^2)}{4} = \frac{12+4}{4} = 4$ 이다.

4. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$\frac{x+y+z}{3} = 5$

$\therefore x+y+z = 15$ ……㉠

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3} = 3$

$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2 = 9$

$x^2-10x+25+y^2-10y+25+z^2-10z+25 = 9$

$x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75 = 9$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-10\times 15+75 = 9$

$\therefore x^2+y^2+z^2 = 84$

따라서 $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$\frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{2}\right) = \frac{1}{6}(x^2+y^2+z^2) = \frac{84}{6} = 14$ 이다.

5. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 3, 4 일 때, $x-1$, $y-1$, $z-1$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 구하여라.

① 2, 2 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 3 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=3$$

$\therefore x+y+z=9$ ·····㉠

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2}{3}=4$$

$$(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=12$$

$$x^2-6x+9+y^2-6y+9+z^2-6z+9=12$$

$$x^2+y^2+z^2-6(x+y+z)+27=12$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-6\times 9+27=12$$

$\therefore x^2+y^2+z^2=39$

한편, $x-1$, $y-1$, $z-1$ 의 평균은

$$\frac{(x-1)+(y-1)+(z-1)}{3}$$

$$=\frac{(x+y+z)-3}{3}=\frac{9-3}{3}=2$$

분산은

$$\frac{(x-1-2)^2+(y-1-2)^2+(z-1-2)^2}{3}$$

$$=\frac{(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2}{3}$$

$$=\frac{x^2+y^2+z^2-6(x+y+z)+9\times 3}{3}$$

$$=\frac{39-6\times 9+27}{3}=\frac{12}{3}=4$$

따라서 $x-1$, $y-1$, $z-1$ 의 표준편차는 $\sqrt{4}=2$ 이다.

6. 세 수 a, b, c 의 평균이 2 , 분산이 4 일 때, 변량 $a+3$, $b+3$, $c+3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① 2, 5 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=2$$

$\therefore a+b+c=6$ ·····㉠

또한, a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3}=4$$

$$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=12$$

$$a^2-4a+4+b^2-4b+4+c^2-4c+4=12$$

$$a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)+12=12$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2+b^2+c^2-4\times6+12=12$$

$\therefore a^2+b^2+c^2=24$

한편, $a+3$, $b+3$, $c+3$ 의 평균은

$$\frac{(a+3)+(b+3)+(c+3)}{3}=\frac{(a+b+c)+9}{3}$$

$$=\frac{6+9}{3}=5$$

따라서 분산은

$$\frac{(a+3-5)^2+(b+3-5)^2+(c+3-5)^2}{3}$$

$$=\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3}$$

$$=\frac{a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)+4\times3}{3}$$

$$=\frac{24-4\times6+12}{3}=\frac{12}{3}=4$$

7. 세 개의 변량 $a,\ b,\ c$ 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① $M,\ S^2$ ② $M,\ S^2+1$

③ $M+1,\ S^2$ ④ $M+1,\ S^2+1$

⑤ $M+1,\ (S+1)^2$

해설

세 개의 변량 $a,\ b,\ c$ 의 평균과 분산이 각각 M , S^2 이므로

$$M=\frac{a+b+c}{3}$$

$$S^2=\frac{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2}{3}$$

$a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$$M_1=\frac{(a+1)+(b+1)+(c+1)}{3}$$

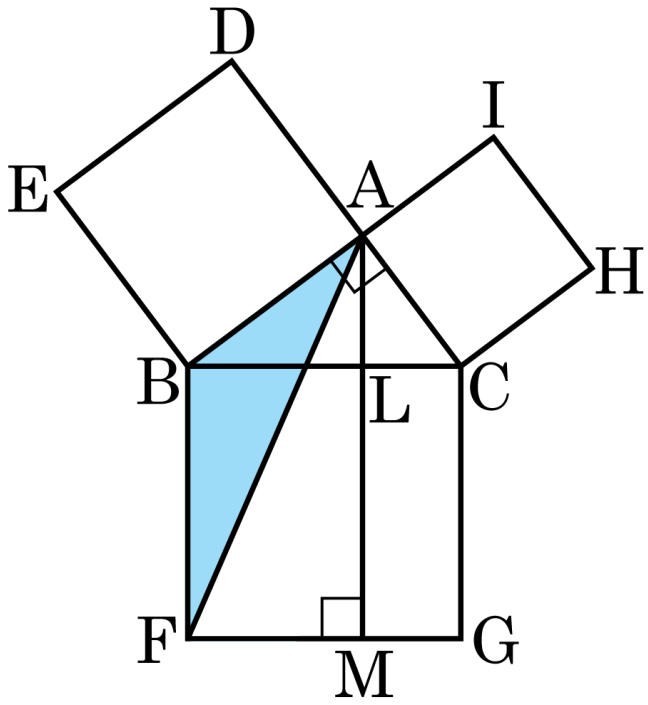
$$=\frac{(a+b+c)+3}{3}=\frac{a+b+c}{3}+1=M+1$$

$$S_1^2=\frac{1}{3}\{(a+1-M-1)^2+(b+1-M-1)^2+(c+1-M-1)^2\}$$

$$=\frac{1}{3}\{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2\}=S^2$$

따라서 $a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균과 분산은 각각 $M+1,\ S^2$ 이다.

8. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 <u>않은</u> 삼각형은?



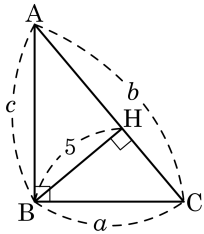
① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$

④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

9. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5\,\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{25}{3}\,\text{cm}^2$

④ $5\,\text{cm}^2$ ⑤ $10\,\text{cm}^2$

해설

$(a + c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a + c)^2 = (10 - b)^2$

$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서

$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면

$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로

$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$

또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서

$5b = ac \cdots (2)$

(1) 에 (2) 를 대입하면

$30b = 100$ 에서

$b = \frac{100}{30}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}(\text{cm}^2)$