

1. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (5^3)^{x+2} &= 5^{-2x+11} \\ 5^{3x+6} &= 5^{-2x+11}, 3x+6 = -2x+11, x = 1 \end{aligned}$$

2. 모든 양수 x, y 에 대하여 $x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} = \left(\frac{y}{x}\right)^A$ 이 성립할 때, A 를 구하여라. (단, $y > x$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $y - x$

해설

$$\begin{aligned} x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} &= x^x \times y^y \times \frac{1}{x^y} \times \frac{1}{y^x} \\ &= \frac{x^x}{y^x} \times \frac{y^y}{x^y} \\ &= \left(\frac{x}{y}\right)^x \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{-x} \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x} \end{aligned}$$

$$\therefore A = y - x$$

3. 다음 세 수의 크기를 비교하여 큰 순서대로 나열하여라.

2⁸¹, 3⁶³, 5³⁶

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3⁶³

▷ 정답 : 5³⁶

▷ 정답 : 2⁸¹

해설

81 = 3⁴, 63 = 3² × 7, 36 = 2² × 3² 이므로

세 수의 최대공약수는 3² = 9 이다.

따라서

2⁸¹, 3⁶³, 5³⁶

(2⁹)⁹, (3⁷)⁹, (5⁴)⁹ 에서

2⁹ < 5⁴ < 3⁷ 이므로 세 수의 크기는 2⁸¹ < 5³⁶ < 3⁶³

∴ 3⁶³, 5³⁶, 2⁸¹

4. $4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} = 16 \times 100^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= 4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} \\&= (2^2)^{x+2} \times 2^{6-2x} \times 5^{2+2x-2} \\&= 2^{2x+4+6-2x} \times 5^{2x} \\&= 2^{10} \times 5^{2x}\end{aligned}$$

$$(\text{우변}) = 16 \times 100^x = 2^4 \times (2^2 \times 5^2)^x = 2^{4+2x} \times 5^{2x}$$

따라서 $4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

9. $(x - 2y) : (3x - y) = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x + 2y}{3x - 2y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$(x - 2y) : (3x - y) = 2 : 3$ 을 간단히 정리하면

$$6x - 2y = 3x - 6y, 3x + 4y = 0$$

$$\therefore x = -\frac{4}{3}y$$

$$\text{주어진 식 } \frac{3x + 2y}{3x - 2y} \text{ 에 대입하면 } \frac{3(-\frac{4}{3}y) + 2y}{3(-\frac{4}{3}y) - 2y} = \frac{-4y + 2y}{-4y - 2y} =$$

$$\frac{-2y}{-6y} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

10. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 0

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} z + \frac{1}{2x} &= \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)} \\ &= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)} \\ &= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

11. $(x - y) : (2x - 5y) = 1 : 3$ 일 때, $\frac{5x + 2y}{4x - y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{9}$

해설

$(x - y) : (2x - 5y) = 1 : 3$ 을 정리하면

$2x - 5y = 3x - 3y, x + 2y = 0$

$\therefore x = -2y$

주어진 식 $\frac{5x + 2y}{4x - y}$ 에 대입하면 $\frac{5(-2y) + 2y}{4(-2y) - y} = \frac{-10y + 2y}{-8y - y} =$

$\frac{-8y}{-9y} = \frac{8}{9}$ 이다.

12. 0 이 아닌 세 수 x, y, z 에 대하여 $yz = \frac{1}{x}$ 일 때, $\frac{x}{1+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{1+z+zx}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$yz = \frac{1}{x}$ 에서 $xyz = 1$ 을 주어진 식에 대입하여 분모를 $1+y+yz$ 로 통일하면

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{1}{x}}{xyz+x+xy} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{z}{xyz+z+zx} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{1}{1+x+xy} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{xyz}{xyz+x+xy} \\ &= \frac{1}{1+y+yz} + \frac{y}{1+y+yz} + \frac{yz}{1+y+yz} \\ &= \frac{1+y+yz}{1+y+yz} = 1 \end{aligned}$$

13. $\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 일 때, $\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 의 양변에 $x-y$ 를 곱하면

$$1 = \frac{z}{-(x-y)(x+y)} \times (x-y) = \frac{z}{-(x+y)}$$

$$\therefore x+y+z=0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$$

$$= \left(\frac{z}{x} + \frac{z}{y} \right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{y}{x} \right)$$

$$= \frac{y+z}{x} + \frac{x+z}{y} + \frac{x+y}{z} \quad (\textcircled{1} \text{을 대입})$$

$$= \frac{-x}{x} + \frac{-y}{y} + \frac{-z}{z} = -1 - 1 - 1 = -3$$

14. $xy + \frac{1}{z} = 1$, $yz + \frac{1}{x} = 2$ 일 때, $\frac{xyz^2 - xyz}{(1 - 2x)(2x - 1)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$xy + \frac{1}{z} = 1, \frac{xyz + 1}{z} = 1, xyz = z - 1 \cdots \textcircled{A}$$

$$yz + \frac{1}{x} = 2, \frac{xyz + 1}{x} = 2, xyz = 2x - 1 \cdots \textcircled{B}$$

$$\frac{xyz^2 - xyz}{(1 - 2x)(2x - 1)} = \frac{xyz(z - 1)}{-(2x - 1)^2}$$

에 식 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 을 대입하여 풀면,

$$\frac{xyz(z - 1)}{-(2x - 1)^2} = \frac{xyz(xyz)}{-(xyz)^2} = -1$$