

1. 수직선 위의 점 A (-2) , B (-1) , C (5)가 있을 때, 두 점 사이의 거리 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 구하면?

① $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 5$

② $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 5$

③ $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 6$

④ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 6$

⑤ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$

해설

$$\overline{AB} = -1 - (-2) = 1$$

$$\overline{BC} = 5 - (-1) = 6$$

2. 두 점 A(3, -1), B(a, -3)에 대하여 $\overline{AB} = 2$ 일 때, a의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{AB}^2 = (a - 3)^2 + (-3 + 1)^2 = 4$$

$$a^2 - 6a + 9 = 0$$

$$(a - 3)^2 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

3. 두 점 A $(-1, 1)$, B $(1, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

① $(3, 0)$ ② $(5, 0)$ ③ $(0, 3)$ ④ $(0, 5)$ ⑤ $(0, 7)$

해설

y 축 위의 점을 $(0, a)$ 라 하면

$\therefore 1^2 + (a - 1)^2 = 1^2 + (a - 5)^2$ 정리하면

$a = 3$

4. 직선 $x + y = 2$ 위에 있고, 두 점 A(2,3), B(3,2)에 이르는 거리가 같은 점 P의 좌표는?

① (0,2)

② (1,1)

③ (2,0)

④ (3,-1)

⑤ (4,-2)

해설

점 P의 좌표를 $P(a, 2-a)$ 로 놓으면

$$\overline{PA} = \sqrt{(a-2)^2 + (2-a-3)^2}$$

$$= \sqrt{2a^2 - 2a + 5}$$

$$\overline{PB} = \sqrt{(a-3)^2 + (2-a-2)^2}$$

$$= \sqrt{2a^2 - 6a + 9}$$

그런데 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 에서

$$2a^2 - 2a + 5 = 2a^2 - 6a + 9$$

$$4a = 4 \text{ 에서 } a = 1$$

$$\therefore P(1, 1)$$

5. 세 점 A(1, 2), B(3, -2), C(-5, -1) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 이등변 삼각형

② 예각삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

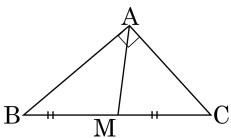
$$\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{65}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(1+5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ 에서}$$

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

6. 다음은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{㉠}} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{\text{㉡}}^2 \right)$$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$$\boxed{\text{㉡}} = \boxed{\text{㉢}} \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{㉣}} \left(\boxed{\text{㉤}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2$$

위의 증명에서 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ① $3, 2\overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

② $4, 2\overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$
- ③ $2, \overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

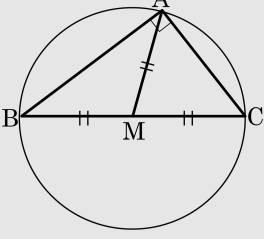
④ $2, \overline{AM}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{16}{5}, \overline{AM}, \frac{1}{4}, \frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2 \right)$$

이 때, $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.



$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} \text{ 이므로 } \boxed{\overline{AM}} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= 2 \left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4} \right) \\ &= \boxed{2} \left(\boxed{\frac{1}{2}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

7. 두 점 A(2, -5), B(-1, 1)에 대해서 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점 P의 좌표를 구하면?

① (0, 0)

② (2, -1)

③ (1, -1)

④ (0, -1)

⑤ (1, 0)

해설

내분점 공식을 이용하면,

$$P = \left(\frac{2 \times (-1) + 1 \times 2}{2 + 1}, \frac{2 \times 1 + 1 \times (-5)}{2 + 1} \right)$$

$\therefore (0, -1)$

8. 다음은 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심 G 의 좌표가 $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$ 임을 보인 것이다. ()안에 알맞은 것을 순서대로 쓴 것은?

선분 BC 의 중점을 $M(x', y')$ 이라 하면,
 $x' = (\ominus)$, $y' = \frac{y_2 + y_3}{2}$
무게중심 $G(x, y)$ 는 선분 AM 을 $(\textcircled{L})$ 로 내분하는 점이므로
 $x = \frac{2 \times x' + 1 \times x_1}{2 + 1} = \frac{x_2 + x_3 + x_1}{3}$
같은 방법으로 $y = \frac{y_2 + y_3 + y_1}{3}$
 $\therefore G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

- ① $x_2 + x_3, 2 : 1$ ② $x_2 + x_3, 3 : 1$ ③ $\frac{x_2 + x_3}{2}, 1 : 1$
④ $\frac{x_2 + x_3}{2}, 3 : 1$ ⑤ $\frac{x_2 + x_3}{2}, 2 : 1$

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 $M(x', y')$ 은
 $\left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}\right)$ 이므로
 $x' = \frac{x_2 + x_3}{2}, y' = \frac{y_2 + y_3}{2}$ 이고
무게중심 $G(x, y)$ 는 선분 $\overline{AM}$ 을
 $2 : 1$ 로 내분하는 점이므로
 $x = \frac{2 \times x' + 1 \times x_1}{2 + 1}$
 $= \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$ 이고
 $y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$

9. 네 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(4,0)$, $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.