

1. 수직선 위의 점 A (-2) , B (-1) , C (5)가 있을 때, 두 점 사이의 거리 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 구하면?

① $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 5$

② $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 5$

③ $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 6$

④ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 6$

⑤ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$

해설

$$\overline{AB} = -1 - (-2) = 1$$

$$\overline{BC} = 5 - (-1) = 6$$

2. 두 점 $A(3, -1), B(a, -3)$ 에 대하여 $\overline{AB} = 2$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{AB}^2 = (a - 3)^2 + (-3 + 1)^2 = 4$$

$$a^2 - 6a + 9 = 0$$

$$(a - 3)^2 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

3. 두 점 A $(-1, 1)$, B $(1, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

- ① $(3, 0)$ ② $(5, 0)$ ③ $(0, 3)$ ④ $(0, 5)$ ⑤ $(0, 7)$

해설

y 축 위의 점을 $(0, a)$ 라 하면

$\therefore 1^2 + (a - 1)^2 = 1^2 + (a - 5)^2$ 정리하면

$$a = 3$$

4. 직선 $x + y = 2$ 위에 있고, 두 점 $A(2, 3)$, $B(3, 2)$ 에 이르는 거리가 같은 점 P 의 좌표는?

① $(0, 2)$

② $(1, 1)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, -1)$

⑤ $(4, -2)$

해설

점 P 의 좌표를 $P(a, 2 - a)$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{PA} &= \sqrt{(a - 2)^2 + (2 - a - 3)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 2a + 5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{PB} &= \sqrt{(a - 3)^2 + (2 - a - 2)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 6a + 9}\end{aligned}$$

그런데 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 에서

$$2a^2 - 2a + 5 = 2a^2 - 6a + 9$$

$$4a = 4 \text{ 에서 } a = 1$$

$$\therefore P(1, 1)$$

5. 세 점 A(1, 2), B(3, -2), C(-5, -1) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 이등변 삼각형

② 예각삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

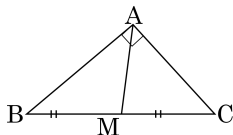
$$\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{65}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(1+5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ 에서}$$

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

6. 다음은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{가} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{나}^2 \right)$$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$$\boxed{나} = \boxed{다} \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= \boxed{가} \left(\boxed{라} \overline{BC}^2 \right) \\ &= \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

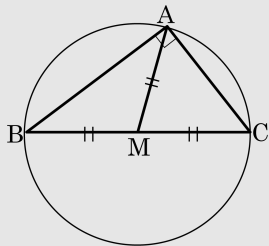
- ① 3, $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ② 4, $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$
 ③ 2, $\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ ④ 2, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$
 ⑤ $\frac{16}{5}$, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2 \right)$$

이 때, $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.



$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} \text{ 이므로 } \boxed{\overline{AM}} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= 2 \left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4} \right) \\ &= \boxed{2} \left(\boxed{\frac{1}{2}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

7. 두 점 $A(2, -5)$, $B(-1, 1)$ 에 대해서 선분 AB 를 $2:1$ 로 내분하는 점 P 의 좌표를 구하면?

① $(0, 0)$

② $(2, -1)$

③ $(1, -1)$

④ $(0, -1)$

⑤ $(1, 0)$

해설

내분점 공식을 이용하면,

$$P = \left(\frac{2 \times (-1) + 1 \times 2}{2 + 1}, \frac{2 \times 1 + 1 \times (-5)}{2 + 1} \right)$$

$\therefore (0, -1)$

8. 다음은 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심 G 의 좌표가 $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$ 임을 보인 것이다. ()안에 알맞은 것을 순서대로 쓴 것은?

선분 BC 의 중점을 $M(x', y')$ 이라 하면,

$$x' = \left(\ominus\right), y' = \frac{y_2 + y_3}{2}$$

무게 중심 $G(x, y)$ 는 선분 AM 을 $(\ominus)$ 로 내분하는 점이므로

$$x = \frac{2 \times x' + 1 \times x_1}{2 + 1} = \frac{x_2 + x_3 + x_1}{3}$$

$$\text{같은 방법으로 } y = \frac{y_2 + y_3 + y_1}{3}$$

$$\therefore G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

① $x_2 + x_3, 2 : 1$

② $x_2 + x_3, 3 : 1$

③ $\frac{x_2 + x_3}{2}, 1 : 1$

④ $\frac{x_2 + x_3}{2}, 3 : 1$

⑤ $\frac{x_2 + x_3}{2}, 2 : 1$

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 $M(x', y')$ 은

$$\left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}\right) \text{ 이므로}$$

$$x' = \frac{x_2 + x_3}{2}, y' = \frac{y_2 + y_3}{2} \text{ 이고}$$

무게중심 $G(x, y)$ 는 선분 $\overline{AM}$ 을 $2 : 1$ 로 내분하는 점이므로

$$\begin{aligned} x &= \frac{2 \times x' + 1 \times x_1}{2 + 1} \\ &= \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \text{ 이고} \end{aligned}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

9. 네 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(4,0)$, $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC 의 넓이는 삼각형 BOC 의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{4}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.