

1. $a^2xy^2 \times (x^2y)^b = 9x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $ab+c$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 21

해설

$a^2xy^2 \times (x^2y)^b = a^2x^{2b+1}y^{2+b} = 9x^cy^6$ 이므로 $a = 3, b = 4, c = 9$ 이다.

따라서 $ab + c = 21$ 이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x \times (-2x^2) = -2x^3$

② $-3x \times 4y = -12xy$

③ $\frac{2}{3}x^2y \times (-6xy^3) = -4x^3y^4$

④ $(3x)^2 \times (2x)^2 = 12x^4$

⑤ $\frac{3}{2}xyz^2 \times \frac{2}{3}x^2yz = x^3y^2z^3$

해설

④ $(3x)^2 \times (2x)^2 = 9x^2 \times 4x^2 = 36x^4$

3. $-xy^2 \times (-2x^2y)^3 \times 4x^4y^3 = Ax^By^C$ 일 때, $A - B + C$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$-xy^2 \times (-8x^6y^3) \times 4x^4y^3 = 32x^{11}y^8$$

$$A = 32, B = 11, C = 8 \therefore A - B + C = 29$$

4. 다음 □ 안에 들어갈 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

$$\left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(\frac{3a}{b}\right)^2 = \frac{8}{a^\square} \times \frac{9a^\square}{b^2} = \frac{72}{a^\square b^\square}$$

① 3, 2, 1, 3

② 3, 2, 1, 2

③ 3, 2, 2, 2

④ 4, 2, 1, 2

⑤ 4, 1, 1, 2

해설

$$\left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(\frac{3a}{b}\right)^2 = \frac{8}{a^3} \times \frac{9a^2}{b^2} = \frac{72}{ab^2}$$

5. $x_1 = 97$, $x_2 = \frac{2}{x_1}$, $x_3 = \frac{3}{x_2}$, $x_4 = \frac{4}{x_3}$ 이라 할 때, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다.

따라서 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 2 \times 4 = 8$ 이다.

6. $\left\{\left(\frac{a}{b}\right)^3\right\}^4 \times \left(\frac{b}{a}\right)^{12}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\left\{\left(\frac{a}{b}\right)^3\right\}^4 \times \left(\frac{b}{a}\right)^{12} = \frac{a^{12}}{b^{12}} \times \frac{b^{12}}{a^{12}} = 1$$

7. 다음 보기 중 계수가 가장 큰 것과 가장 작은 것을 차례대로 나열한 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} 4a \times (-6b)$$

$$\textcircled{\text{㉡}} (-5x) \times (-2y)^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} (-2ab)^3 \times 4b$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \left(-\frac{1}{3}ab\right)^2 \times (3ab)^3$$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉣, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉣

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} -24ab$$

$$\textcircled{\text{㉡}} -20xy^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} -32a^3b^4$$

$$\textcircled{\text{㉣}} 3a^5b^5$$

8. $12xy \left(-\frac{1}{6}x - \frac{3}{4}y + \frac{1}{3} \right)$ 을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a 라 하자. 이때 $|a|$ 의 값은?

① 11

② 9

③ 7

④ 5

⑤ 3

해설

$$12xy \times \left(-\frac{1}{6}x \right) + 12xy \times \left(-\frac{3}{4}y \right) + 12xy \times \frac{1}{3}$$

$$= -2x^2y - 9xy^2 + 4xy$$

따라서 $a = (-2) + (-9) + 4 = -7$ 이므로 $|a| = 7$ 이다.

9. $2x(x-1) - 3x(2x-3) - (-7x^2 + x - 2)$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 6x + 2$

② $3x^2 - 6x + 2$

③ $3x^2 + 6x - 2$

④ $-3x^2 + 6x + 2$

⑤ $3x^2 - 6x - 2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x(x-1) - 3x(2x-3) - (-7x^2 + x - 2) \\ &= 2x^2 - 2x - 6x^2 + 9x + 7x^2 - x + 2 \\ &= 3x^2 + 6x + 2 \end{aligned}$$

10. 다음을 전개하여라.

$$2x(x - 3y + 1) + y(4x + y)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x^2 + y^2 - 2xy + 2x$

해설

$$\begin{aligned} 2x(x - 3y + 1) + y(4x + y) &= 2x^2 - 6xy + 2x + 4xy + y^2 \\ &= 2x^2 + y^2 - 2xy + 2x \end{aligned}$$

11. $(8x - 2y) \left(-\frac{x}{2}\right)$ 를 전개하면?

① $4x^2 + xy$

② $4x^2 - xy$

③ $-4x^2 - xy$

④ $-4x^2 + xy$

⑤ $-4x^2 + 2xy$

해설

$$8x \times \left(-\frac{x}{2}\right) - 2y \times \left(-\frac{x}{2}\right) = -4x^2 + xy$$

12. 두 순서쌍 (a, b) , (c, d) 에 대하여 $(a, b)(c, d) = ac + ad + bc + bd$ 로 정의한다. $(px, y)(qy, 3x) = -3x^2 + xy + 2y^2$ 일 때, 상수 p, q 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = -1$

▷ 정답 : $q = 2$

해설

$$\begin{aligned}(px, y)(qy, 3x) \\&= pqxy + 3px^2 + qy^2 + 3xy \\&= 3px^2 + (3 + pq)xy + qy^2\end{aligned}$$

따라서 $3px^2 + (3 + pq)xy + qy^2 = -3x^2 + xy + 2y^2$ 이므로
 $\therefore p = -1, q = 2$

13. $P(n) = \frac{a^n}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^n}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^n}{(c-a)(c-b)}$ 일 때,
 $P(2)(P(1) - P(0))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} P(n) &= \frac{a^n}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^n}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^n}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{a^n(b-c) + b^n(c-a) + c^n(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \end{aligned}$$

따라서

$$P(0) = \frac{(b-c) + (c-a) + (a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

$$P(1) = \frac{ab - ac + bc - ba + ca - cb}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

$$\therefore P(2)(P(1) - P(0)) = P(2) \times 0 = 0$$

14. n 이 1 보다 큰 자연수일 때, $3^{n-1}(2^n + 2^{n+1})$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6^n

해설

$$3^{n-1} \cdot 2^n(1 + 2) = 3^{n-1} \cdot 2^n \cdot 3 = 3^n \cdot 2^n = 6^n$$

15. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{를 } b \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{를 } a \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

16. $(x + y) : (x - y) = 3 : 1$ 일 때, $\frac{x + 4y}{x - 4y}$ 의 값은?

① $-\frac{9}{7}$

② $\frac{9}{7}$

③ -3

④ 3

⑤ $-\frac{5}{3}$

해설

$$x + y = 3(x - y), \quad x = 2y$$

주어진 식에 대입하면

$$\frac{x + 4y}{x - 4y} = \frac{2y + 4y}{2y - 4y} = \frac{6y}{-2y} = -3 \text{ 이다.}$$

17. $(2x + y) : (x - 2y) = 3 : 1$ 일 때, $\frac{2x + 4y}{x - y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3(x - 2y) = 2x + y$$

$$3x - 6y = 2x + y$$

$x = 7y$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$$\frac{2x + 4y}{x - y} = \frac{14y + 4y}{7y - y} = \frac{18y}{6y} = 3$$

18. $3a - 2b = 2a + b$ 일 때, $\frac{a + 2b}{2a - b}$ 의 값은?

① $-\frac{9}{7}$

② $-\frac{1}{3}$

③ 0

④ 1

⑤ 13

해설

$3a - 2a = b + 2b$ 에서 $a = 3b$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$$\frac{3b + 2b}{2 \times 3b - b} = \frac{5b}{5b} = 1$$

19. $a + b + c = 1$, $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{3}{2}$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 일 때, abc 의 값은?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ $-\frac{1}{3}$

④ $-\frac{1}{4}$

⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 의 양변에 abc 를 곱하면

$$ab + bc + ca = abc$$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 이므로

$$1 = \frac{3}{2} + 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore ab + bc + ca = abc = -\frac{1}{4}$$

20. $\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 일 때, $\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 의 양변에 $x-y$ 를 곱하면

$$1 = \frac{z}{-(x-y)(x+y)} \times (x-y) = \frac{z}{-(x+y)}$$

$$\therefore x+y+z=0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$$

$$= \left(\frac{z}{x} + \frac{z}{y} \right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{y}{x} \right)$$

$$= \frac{y+z}{x} + \frac{x+z}{y} + \frac{x+y}{z} \quad (\textcircled{1} \text{을 대입})$$

$$= \frac{-x}{x} + \frac{-y}{y} + \frac{-z}{z} = -1 - 1 - 1 = -3$$

21. 0이 아닌 세 수 x, y, z 에 대하여 $x : y : z = y + z : z + x : x + y$ 일 때,
 $\frac{(xy + yz + zx)(x + y + z)}{(x + y + z)^3}$ 의 값을 구하여라. (단, $x + y + z \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$x : y : z = y + z : z + x : x + y$ 이면

$$\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z} \text{ 이다.}$$

$$\frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = \frac{x+y}{z}$$

의 세 변에 각각 1 씩 더하면

$$\frac{y+z}{x} + 1 = \frac{z+x}{y} + 1 = \frac{x+y}{z} + 1$$

$$\frac{x+y+z}{x} = \frac{x+y+z}{y} = \frac{x+y+z}{z}$$

x, y, z 는 0이 아니므로 $x + y + z \neq 0$

따라서 $x = y = z$

$$\therefore \frac{(xy + yz + zx)(x + y + z)}{(x + y + z)^3} = \frac{3x^2 \times 3x}{27x^3} = \frac{1}{3}$$