

1. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{를 } b \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{를 } a \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

2. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 0

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{2x} = \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)}$$

$$= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)}$$

$$= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2}$$

3. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a , b , c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$

② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$

③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$

④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$

⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$$x^2 y^2 z^2 = abc \circ | \text{고}$$

$$x^2 = \frac{abc}{y^2 z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$$

$$y^2 = \frac{abc}{x^2 z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$$

$$z^2 = \frac{abc}{x^2 y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$$

4. $(x - 2y) : (3x - y) = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x + 2y}{3x - 2y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$(x - 2y) : (3x - y) = 2 : 3$ 을 간단히 정리하면

$$6x - 2y = 3x - 6y, 3x + 4y = 0$$

$$\therefore x = -\frac{4}{3}y$$

주어진 식 $\frac{3x + 2y}{3x - 2y}$ 에 대입하면 $\frac{3(-\frac{4}{3}y) + 2y}{3(-\frac{4}{3}y) - 2y} = \frac{-4y + 2y}{-4y - 2y} =$

$$\frac{-2y}{-6y} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

5. $xy + \frac{1}{z} = 1$, $yz + \frac{1}{x} = 2$ 일 때, $\frac{xyz^2 - xyz}{(1 - 2x)(2x - 1)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$xy + \frac{1}{z} = 1, \frac{xyz + 1}{z} = 1, xyz = z - 1 \dots \textcircled{㉠}$$

$$yz + \frac{1}{x} = 2, \frac{xyz + 1}{x} = 2, xyz = 2x - 1 \dots \textcircled{㉡}$$

$$\frac{xyz^2 - xyz}{(1 - 2x)(2x - 1)} = \frac{xyz(z - 1)}{-(2x - 1)^2}$$

에 식 ㉠, ㉡을 대입하여 풀면,

$$\frac{xyz(z - 1)}{-(2x - 1)^2} = \frac{xyz(xyz)}{-(xyz)^2} = -1$$

6. $\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 일 때, $\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2} \text{ 의 양변에 } x-y \text{ 를 곱하면}$$

$$1 = \frac{z}{-(x-y)(x+y)} \times (x-y) = \frac{z}{-(x+y)}$$

$$\therefore x+y+z=0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$$

$$= \left(\frac{z}{x} + \frac{z}{y} \right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{y}{x} \right)$$

$$= \frac{y+z}{x} + \frac{x+z}{y} + \frac{x+y}{z} \text{ (}\textcircled{1}\text{을 대입)}$$

$$= \frac{-x}{x} + \frac{-y}{y} + \frac{-z}{z} = -1 - 1 - 1 = -3$$

7. $a + b + c = 1$ 일 때, $\frac{b+c}{(1-a)^2} + \frac{a+c}{(1-b)^2} + \frac{a+b}{(1-c)^2} - \frac{ab+ac}{(1-a)^2} - \frac{ab+bc}{(1-b)^2} - \frac{ac+bc}{(1-c)^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 1, b \neq 1, c \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \frac{b+c}{(1-a)^2} + \frac{a+c}{(1-b)^2} + \frac{a+b}{(1-c)^2} \\ & - \frac{ab+ac}{(1-a)^2} - \frac{ab+bc}{(1-b)^2} - \frac{ac+bc}{(1-c)^2} \\ & = \frac{b+c-a(b+c)}{(1-a)^2} + \frac{a+c-b(a+c)}{(1-b)^2} + \frac{a+b-c(a+b)}{(1-c)^2} \\ & = \frac{(b+c)(1-a)}{(1-a)^2} + \frac{(a+c)(1-b)}{(1-b)^2} + \frac{(a+b)(1-c)}{(1-c)^2} \\ & = \frac{b+c}{1-a} + \frac{a+c}{1-b} + \frac{a+b}{1-c} \dots \textcircled{㉠} \end{aligned}$$

$a+b+c=1$ 이므로

$b+c=1-a$, $a+c=1-b$, $a+b=1-c$ 이고, 이 식들을 식 ㉠에 대입하면,

$$\begin{aligned} & \frac{b+c}{1-a} + \frac{a+c}{1-b} + \frac{a+b}{1-c} \\ & = \frac{1-a}{1-a} + \frac{1-b}{1-b} + \frac{1-c}{1-c} \\ & = 1+1+1=3 \end{aligned}$$