

1. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{ 에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{ 를 } b \text{ 에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{ 를 } a \text{ 에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

2. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=\frac{3}{2}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ 일 때, abc 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ 의 양변에 abc 를 곱하면

$$ab+bc+ca=abc$$

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \text{ 이므로}$$

$$1=\frac{3}{2}+2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca=abc=-\frac{1}{4}$$

3. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면 $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{1-y}$$

$z + \frac{1}{x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{x} = \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1} = \frac{-1}{y-1} + \frac{y}{y-1} = 1$$

4. $(x - 2y) : (3x - y) = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x + 2y}{3x - 2y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$(x - 2y) : (3x - y) = 2 : 3$ 을 간단히 정리하면

$$6x - 2y = 3x - 6y, 3x + 4y = 0$$

$$\therefore x = -\frac{4}{3}y$$

$$\text{주어진 식 } \frac{3x + 2y}{3x - 2y} \text{ 에 대입하면 } \frac{3(-\frac{4}{3}y) + 2y}{3(-\frac{4}{3}y) - 2y} = \frac{-4y + 2y}{-4y - 2y} =$$

$$\frac{-2y}{-6y} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

5. 0 이 아닌 세 수 x, y, z 에 대하여 $xyz = 1$ 일 때,
 $\frac{1}{x+y+z} \left\{ \left(x + \frac{1}{yz} \right) + \left(y + \frac{1}{zx} \right) + \left(z + \frac{1}{xy} \right) \right\}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$xyz = 1$ 이므로, $\frac{1}{yz} = x, \frac{1}{zx} = y, \frac{1}{xy} = z$ 로 나타낼 수 있다.

이를 주어진 식에 대입하면,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x+y+z} \left\{ \left(x + \frac{1}{yz} \right) + \left(y + \frac{1}{zx} \right) + \left(z + \frac{1}{xy} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x+y+z} \{ (x+x) + (y+y) + (z+z) \} \\ &= \frac{1}{x+y+z} (2x+2y+2z) \\ &= \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2 \end{aligned}$$

6. $a + b + c = 1$ 일 때, $\frac{b+c}{(1-a)^2} + \frac{a+c}{(1-b)^2} + \frac{a+b}{(1-c)^2} - \frac{ab+ac}{(1-a)^2} - \frac{ab+bc}{(1-b)^2} - \frac{ac+bc}{(1-c)^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 1, b \neq 1, c \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \frac{b+c}{(1-a)^2} + \frac{a+c}{(1-b)^2} + \frac{a+b}{(1-c)^2} \\ & - \frac{ab+ac}{(1-a)^2} - \frac{ab+bc}{(1-b)^2} - \frac{ac+bc}{(1-c)^2} \\ & = \frac{b+c-a(b+c)}{(1-a)^2} + \frac{a+c-b(a+c)}{(1-b)^2} + \frac{a+b-c(a+b)}{(1-c)^2} \\ & = \frac{(b+c)(1-a)}{(1-a)^2} + \frac{(a+c)(1-b)}{(1-b)^2} + \frac{(a+b)(1-c)}{(1-c)^2} \\ & = \frac{b+c}{1-a} + \frac{a+c}{1-b} + \frac{a+b}{1-c} \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$a+b+c=1$ 이므로

$b+c=1-a, a+c=1-b, a+b=1-c$ 이고, 이 식들을 식

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$\begin{aligned} & \frac{b+c}{1-a} + \frac{a+c}{1-b} + \frac{a+b}{1-c} \\ & = \frac{1-a}{1-a} + \frac{1-b}{1-b} + \frac{1-c}{1-c} \\ & = 1+1+1=3 \end{aligned}$$

7. $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $xyz^2 + yz$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = 1 \text{ 에서}$$

$$y + \frac{1}{z} = 1, \frac{yz + 1}{z} = 1, yz + 1 = z$$

$$\text{따라서 } yz = z - 1$$

$$\text{마찬가지 방법으로 } xy = y - 1$$

따라서 주어진 식에 $xy = y - 1$, $yz = z - 1$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} xyz^2 + yz &= (y - 1)z^2 + yz \\ &= yz^2 - z^2 + yz \\ &= yz(z + 1) - z^2 \\ &= (z - 1)(z + 1) - z^2 \\ &= z^2 - 1 - z^2 \\ &= -1 \end{aligned}$$