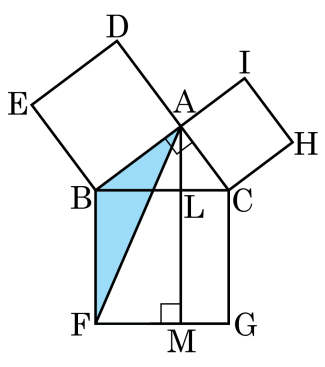
1. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 <u>않은</u> 삼각형은?



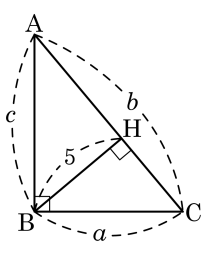
① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$

④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

2. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a+b+c=10$, $\overline{BH}=5\,\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{25}{3}\,\text{cm}^2$

④ $5\,\text{cm}^2$ ⑤ $10\,\text{cm}^2$

해설

$(a+c)=10-b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2=(10-b)^2$

$a^2+2ac+c^2=b^2-20b+100$ 피타고라스 정리에 의해서

$b^2=a^2+c^2$ 을 이용하면

$b^2+2ac=b^2-20b+100$ 이므로

$2ac+20b=100\cdots(1)$

또한 $\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BH}$ 에서

$5b=ac\cdots(2)$

(1) 에 (2) 를 대입하면

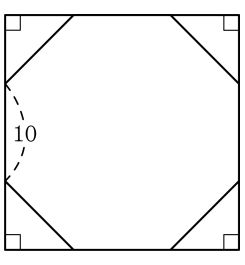
$30b=100$ 에서

$b=\frac{100}{30}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 5b=\frac{50}{6}=\frac{25}{3}(\text{cm}^2)$

3. 다음 그림과 같이 정사각형의 판자의 네 귀를 잘라 내어 한 변의 길이가 10 인 정팔각형을 만들었을 때, 정팔각형의 넓이는?



① $100 + 100\sqrt{2}$ ② $100 + 200\sqrt{2}$

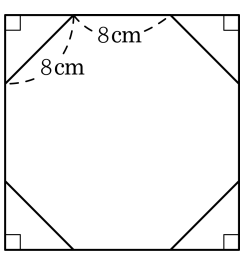
③ $200 + 100\sqrt{2}$ ④ $200 + 200\sqrt{2}$

⑤ $200 + 200\sqrt{3}$

해설

잘라낸 판자의 변의 길이는 각각 $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, 10 이다. $(10 + 10\sqrt{2})^2 - 4 \times (5\sqrt{2})^2 \times \frac{1}{2} = 200 + 200\sqrt{2}$

4. 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 종이를 네 모퉁이를 잘라 내어 한 변의 길이가 8 cm 인 정팔각형을 만들었다. 처음의 정사각형의 한 변의 길이를 구하면?



① $(4+4\sqrt{2})$ cm ② $(4+8\sqrt{2})$ cm

③ $(6+8\sqrt{2})$ cm ④ $(8+\sqrt{2})$ cm

⑤ $(8+8\sqrt{2})$ cm

해설

정팔각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$

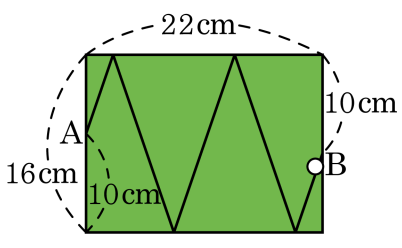
잘라낸 부분은 직각이등변삼각형

$x:8=1:\sqrt{2}$

$x=4\sqrt{2}$

$\therefore (8+8\sqrt{2})$ cm

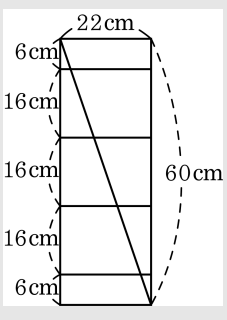
5. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 미니당구대에서 공을 너무 세게 치는 바람에 흰 공이 A 에서 출발하여 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도착하였다. 공이 지나갈 수 있는 최단 거리를 구하면?



① $\sqrt{4080}$cm ② $\sqrt{4081}$cm ③ $\sqrt{4082}$cm

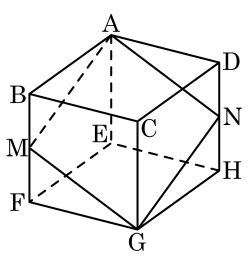
④ $\sqrt{4083}$cm ⑤ $\sqrt{4084}$cm

해설



(공이 지나간 최단 거리) $= \sqrt{22^2 + 60^2} = \sqrt{4084}$(cm)

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정육면체에서 두 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점일 때, □AMGN 의 넓이는?



① $32\,\mathrm{cm}^2$ ② $64\,\mathrm{cm}^2$

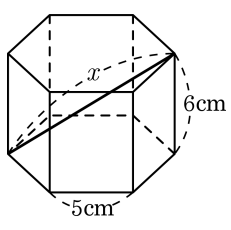
③ $32\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $64\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $64\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AM}=\overline{MG}=\overline{GN}=\overline{AN}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 이므로
□AMGN은 마름모이다.
$\overline{AG}=\sqrt{8^2+8^2+8^2}=8\sqrt{3}(\,\mathrm{cm})$
$\overline{MN}//\overline{BD}$, $\overline{MN}=\overline{BD}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}(\,\mathrm{cm})$
$\therefore$ □AMGN$=8\sqrt{3}\times 8\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=32\sqrt{6}(\,\mathrm{cm}^2)$ 이다.

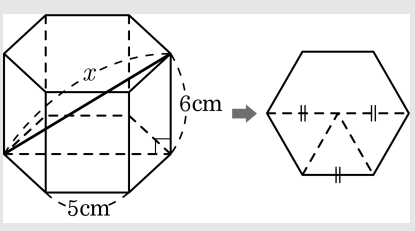
7. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 5cm 인 정육각형이고, 높이가 6cm 인 정육각기둥에서 x 의 길이를 구하면 ?



① $2\sqrt{17}$cm ② $2\sqrt{34}$cm ③ $2\sqrt{43}$cm

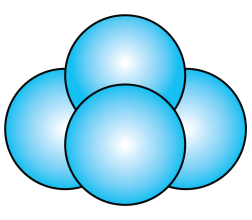
④ $17\sqrt{2}$cm ⑤ $17\sqrt{3}$cm

해설



$x = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}(cm)$

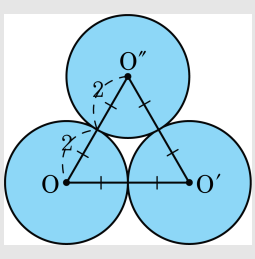
8. 다음 그림과 같이 한 개의 평면 위에 반지름이 2 인 세 개의 구를 2 개씩 외접하도록 놓고 그 위에 반지름이 같은 구를 한 개 더 놓는다. 이 때, 4 개의 구의 중심을 꼭짓점으로 하는 입체의 부피는?



① $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{64\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{32\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

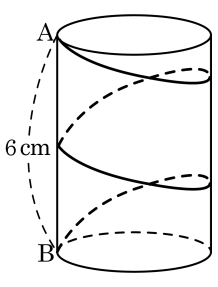
해설

반지름이 2 인 세 개의 구의 중심을 이은 도형은 길이가 4 인 정삼각형이므로 4 개의 구의 중심을 꼭짓점으로 하는 입체는 정사면체이다.



따라서 정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 4^3 = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 높이가 6 cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10 cm 이었다. 다음 중 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는?



① $\frac{1}{\pi}$ cm ② π cm ③ $\frac{2}{\pi}$ cm
④ $\frac{\pi}{2}$ cm ⑤ $\frac{4}{\pi}$ cm

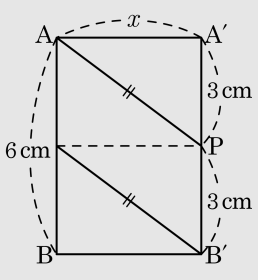
해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면 $10 = 2\overline{AP}$

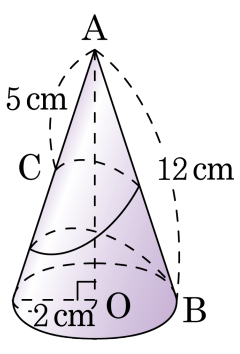
$\overline{AP} = 5$ 이므로 $\overline{AP} = \sqrt{x^2 + 9} = 5$

$\therefore\ x = 4$ (cm) ($\because\ x > 0$), $2\pi r = 4$

$\therefore\ r = \frac{2}{\pi}$ (cm)

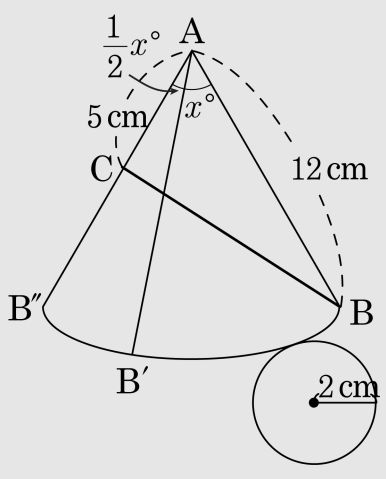


10. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고 모선의 길이가 12cm 인 원뿔에서 점 P 가 밑면의 점 B 를 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 모선 위의 점 C 까지 한 바퀴 반을 돌아서 이동한다. 이때, 점 P 가 움직인 최단 거리는?



① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm ④ 15 cm ⑤ 17 cm

해설



1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

중심각 $= \dfrac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360°$ 이므로

$x = \dfrac{2}{12} \times 360°,\ x = 60°$

$\therefore \angle B''AB = 90°$

2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13\,\text{cm}$이다.