

1. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

2. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 9 는 9 의 약수이다.

② 8 은 8 의 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 276 은 6 의 배수이다.

⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

5. 다음 수를 작은 수부터 차례로 기호를 나열하여라.

㉠ 5^3

㉡ 39

㉢ 2^5

㉤ $2^2 \times 3^3$

㉦ $3^2 \times 7$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉦

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

㉡ 39

㉢ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

㉤ $2^2 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$

㉦ $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면 ㉢, ㉡, ㉦, ㉤, ㉠이다.

6. 다음 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수는 모두 몇 개인가?

7, 12, 15, 19, 23, 38, 45, 81

- ① 없다. ② 1 개 ③ 3 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

12 의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12

15 의 약수 : 1, 3, 5, 15

38 의 약수 : 1, 2, 19, 38

45 의 약수 : 1, 3, 5, 9, 15, 45

81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81

이므로 소수는 7, 19, 23 의 3 개이다.

7. 다음 <보기> 중 소인수분해를 올바르게 한 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $45 = 3^2 \times 5$

㉡ $28 = 2^2 \times 7$

㉢ $150 = 2 \times 3^2 \times 7$

㉣ $512 = 2^9$

㉤ $72 = 2^2 \times 3^3$

㉥ $96 = 2^5 \times 3$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

② ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

③ ㉠, ㉡, ㉣, ㉥

④ ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

해설

㉢ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

㉤ $72 = 2^3 \times 3^2$

8. 220의 소인수의 합을 구하면?

① 2

② 4

③ 8

④ 18

⑤ 32

해설

220을 소인수분해하면 $220 = 2^2 \times 5 \times 11$
소인수는 2, 5, 11이다.

$$2 + 5 + 11 = 18$$

9. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

10. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$96 = 2^5 \times 3 \text{ 이므로 } m = 2 \times 3$$

$$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2, n = 2^3 \times 3 = 24$$

$$m = 6, n = 24$$

$$\therefore m + n = 30$$

11. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.

$$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$$

12. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① 54

② 24

③ 40

④ 56

⑤ 16

해설

① $54 = 2 \times 3^3 \rightarrow 8$ 개

② $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow 8$ 개

③ $40 = 2^3 \times 5 \rightarrow 8$ 개

④ $56 = 2^3 \times 7 \rightarrow 8$ 개

⑤ $16 = 2^4 \rightarrow 5$ 개

13. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 15

④ 30

⑤ 32

해설

$12 = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

14. 다음 중 24 와 서로소인 것은?

① 8

② 12

③ 18

④ 21

⑤ 25

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $25 = 5^2$ 이므로 24 와 25 는 서로소이다.

15. $3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 5×7^2

③ $2^3 \times 3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7^2$

⑤ $3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수: $3^2 \times 5^2$

16. 다음 중 세 수 96, 120, 150 의 공약수는?

① 2×5

② 2^2

③ 3^2

④ 2×3

⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고

공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

17. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때,
 $a + b - c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,

$7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,

$13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.

따라서 $a + b - c = 5$ 이다.

18. a 와 15 의 공배수가 15 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값으로 적당한 것은?

① 2

② 3

③ 6

④ 10

⑤ 20

해설

a 와 15 의 공배수가 15 의 배수와 같다는 것은 a 와 15 의 최소 공배수가 15 라는 뜻이다.

따라서 a 와 15 의 최소공배수가 15 가 나오기 위해서는 a 가 15 의 약수가 되어야 한다.

19. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm

② 12 cm

③ 18 cm

④ 24 cm

⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

20. 가로 6cm , 세로 9cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6cm

② 9cm

③ 15cm

④ 18cm

⑤ 36cm

해설

6 과 9 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 18cm
가 된다.

21. 다음 중 12 의 배수는?

① 90

② 126

③ 288

④ 352

⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

22. 792 를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 11 - 3 - 2 - 1 = 10$$

- 23.** 48 에 어떤 수 x 를 곱하여 자연수의 제곱이 되도록 하려 한다. 이러한 x 중 두 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로

가장 작은 $x = 3$

두 번째로 작은 수는 $2^2 \times 3 = 12$

24. 자연수 672 의 약수의 개수와 $2^2 \times a^n \times 11^3$ 의 약수의 개수가 같을 때, n 의 값을 구하여라. (단, a 는 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$672 = 2^5 \times 3 \times 7$$

$$(\text{약수의 개수}) = 24(\text{개})$$

$$(2 + 1) \times (n + 1) \times (3 + 1) = 24$$

$$\therefore n = 1$$

25. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

26. 두 수 $3^x \times 7^5 \times 11^7$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3 의 지수가 3 이므로

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7 의 지수가 5 이므로

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7 의 지수가 3 이어야 한다.

또한,

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11 의 지수가 7 이므로

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11 의 지수가 5 이어야 한다.

따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.

27. 54 와 72 의 공약수 중에서 3 의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2

② 3

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3 의 배수인 약수는 4 개이다.

4 를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2 + 1) = 3$

28. 15, 18, 30 의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 90$$

29. x 는 16, 32, 80의 공배수 중 500보다 작은 자연수일 때, x 값의 개수를 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

16, 32, 80의 공배수는 160의 배수이다.

500보다 작은 160의 배수는 160, 320, 480으로 3개이다.

30. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수

㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수는 24의 공약수이므로

$24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는

$$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$$

㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로

50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개

$$\therefore 8 + 4 = 12$$

31. $15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수가 180 이라고 할 때 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 180$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

32. 사과 24 개와 배 36 개를 될 수 있는대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

① 10 명

② 11 명

③ 12 명

④ 13 명

⑤ 14 명

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \quad 24} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 12} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9 \quad 6} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$$

33. 어떤 자연수로 38을 나누면 2가 남고, 27을 나누면 3이 남고, 125로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$38 - 2 = 36$, $27 - 3 = 24$, $125 - 5 = 120$ 에서 어떤 수는 36, 24, 120의 최대 공약수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 36 \quad 24 \quad 120} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 4 \quad 20} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 10 \end{array}$$

$$\text{최대공약수 : } 6 \times 2 = 12$$

34. 현서는 3일에 한 번, 소윤이는 4일에 한 번 도서관에 간다고 한다. 9월 26일에 같이 도서관에 갔다면 현서와 소윤이는 10월 달에 도서관에서 몇 번이나 만나게 되는지 구하여라.

① 1번

② 2번

③ 3번

④ 4번

⑤ 5번

해설

3과 4의 최소공배수는 12이므로 9월 26일부터 12일 후인 10월 8일, 그 12일 후인 10월 20일, 그 12일 후는 11월 1일이므로, 현서와 소윤이는 10월 달에 2번 만나게 된다.

35. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중 가장 작은 세 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 118

해설

구하는 자연수를 x 라 하면 $x+2$ 는 4, 5, 6의 공배수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 $x+2$ 는 60, 120, 180, ... 이다. 따라서 x 는 58, 118, 178, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 118이다.

36. 자연수 N 과 24 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 120 일 때, 자연수 N 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

N 과 24 의 최대공약수가 6 이므로

$N = 6n$ 이라 하면

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6n \quad 24} \\ \underline{n \quad 4} \end{array}$$

$$6 \times n \times 4 = 120, \quad n = 5$$

$$\therefore N = 6 \times 5 = 30$$

37. 두 자연수의 곱이 288 이고 최소공배수가 24 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로

$$288 = (\text{최대공약수}) \times 24$$

최대공약수는 12 이다.

38. 1부터 200까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 93 개

해설

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 66개

1부터 200까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 40개

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 13개

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는

$$66 + 40 - 13 = 93$$

39. 두 분수 $\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 23

해설

$\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

40. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때,
곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 33

② 40

③ 51

④ 65

⑤ 71

해설

$$\frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} = \frac{56}{39} \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(26\text{과 } 39\text{의 최소공배수})}{(7\text{과 } 56\text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7}$$

$$\therefore a - b = 78 - 7 = 71$$