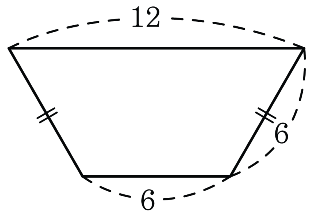
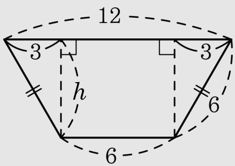
1. 윗변의 길이가 12, 아랫변의 길이가 6, 나머지 두변의 길이가 6 인 등변사다리꼴의 넓이는?



① $21\sqrt{3}$ ② $22\sqrt{3}$ ③ $23\sqrt{3}$ ④ $25\sqrt{3}$ ⑤ $27\sqrt{3}$

해설

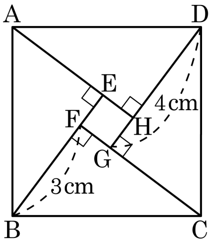


등변사다리꼴의 높이는

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{6^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{36 - 9} \\ &= \sqrt{27} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(\text{넓이}) = (6 + 12) \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 27\sqrt{3}$$

2. 다음 그림에서 $\overline{BF} = 3\,\text{cm}$, $\overline{DG} = 4\,\text{cm}$ 이고, 삼각형 4 개는 모두 합동인 삼각형이다. (가) 와 (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?



□EFGH 의 모양은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이고,
$\overline{BC}$ 의 길이는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

① (가) : 직사각형, (나) : $5\,\text{cm}$

② (가) : 직사각형, (나) : $6\,\text{cm}$

③ (가) : 정사각형, (나) : $5\,\text{cm}$

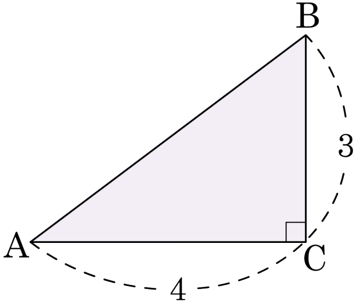
④ (가) : 정사각형, (나) : $8\,\text{cm}$

⑤ (가) : 정사각형, (나) : $9\,\text{cm}$

해설

□EFGH 의 모양은 정사각형이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 $5\,\text{cm}$ 이다.

3. 삼각형 ABC 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 3$ 일 때, 다음 설명 중 옳은 것은?



① $\sin A = \dfrac{4}{5}$　② $\cos A = \dfrac{3}{4}$　③ $\tan A = \dfrac{4}{3}$
④ $\sin B = \dfrac{3}{5}$　⑤ $\cos B = \dfrac{3}{5}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$

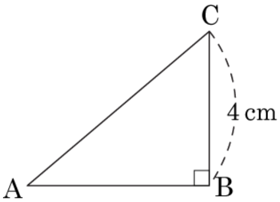
① $\sin A = \dfrac{3}{5}$

② $\cos A = \dfrac{4}{5}$

③ $\tan A = \dfrac{3}{4}$

④ $\sin B = \dfrac{4}{5}$

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A = \frac{2}{3}$ 이고, $\overline{BC}$ 가 4cm 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{5}$ cm ② $4\sqrt{5}$ cm ③ $2\sqrt{7}$ cm

④ 3 cm ⑤ $4\sqrt{3}$ cm

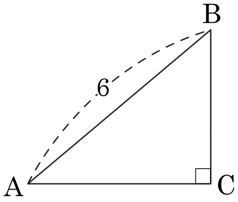
해설

$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{2}{3}$ 이므로 $4 = \overline{AC} \times \frac{2}{3}$ 이다.

$\Rightarrow \overline{AC} = 6\text{cm}$

따라서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm 이다.

5. $\sin A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\cos A$, $\tan A$ 의 값을 각각 구하면? (단, $0° < A < 90°$)



① $\cos A = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan A = 1$
② $\cos A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = 2$
③ $\cos A = 2\sqrt{3}$, $\tan A = 1$
④ $\cos A = 3\sqrt{3}$, $\tan A = \dfrac{1}{2}$
⑤ $\cos A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = 1$

해설

$\sin A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{AB} \times \sin A = 6 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AC} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

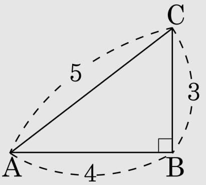
따라서 $\cos A = \dfrac{3\sqrt{2}}{6} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 1$ 이다.

6. $\sin A = \frac{3}{5}$ 일 때, $\cos A + \tan A$ 의 값은? (단, $0° \le A \le 90°$)

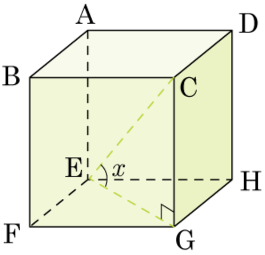
① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{23}{12}$ ④ $\frac{31}{20}$ ⑤ $\frac{39}{28}$

해설

$$\cos A + \tan A = \frac{4}{5} + \frac{3}{4} = \frac{16+15}{20} = \frac{31}{20}$$



7. 다음 그림은 한 변의 길이가 2 인 정육면체이다. $\angle \mathrm{CEG} = x$ 일 때, $\sin x + \cos x$ 의 값을 구하면?



① $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\dfrac{2}{3}$

④ $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$

해설

$\overline{\mathrm{CE}} = 2\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{EG}} = 2\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{CG}} = 2$ 이므로

$\sin x + \cos x = \dfrac{2}{2\sqrt{3}} + \dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}$ 이다.

8. 직선 $y = \frac{2}{5}x - 1$ 이 x 축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은 ?

① $\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}$

② $\cos A = \frac{2}{\sqrt{5}}$

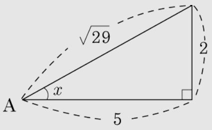
③ $\tan A = 2$

④ $\sin A \cdot \cos A = \frac{2}{5}$

⑤ $\tan A = \frac{2}{5}$

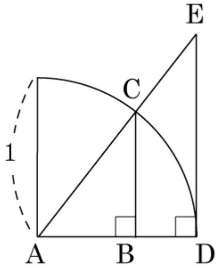
해설

주어진 직선의 기울기는 $\frac{2}{5}$ 이므로 다음 그림과 같이 표현할 수 있다.



$\tan A = \frac{2}{5}$, $\cos A = \frac{5}{\sqrt{29}}$, $\sin A = \frac{2}{\sqrt{29}}$

9. 다음은 반지름의 길이가 1인 사분원을 그린 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\tan A = \overline{DE}$ ② $\cos C = \overline{BC}$

③ $\sin C = \overline{AB}$ ④ $\sin A = \overline{BC}$

⑤ $\cos A = \overline{DE}$

해설

⑤ $\cos A = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

10. $0° \leq x \leq 90°$일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sin x \geq \cos x$

② $\cos x \geq \tan x$

③ $\sin x$의 최댓값은 1이다.

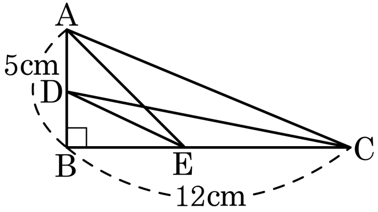
④ $\tan x$의 최댓값은 1이다.

⑤ x의 값이 커지면 $\cos x$의 값도 커진다.

해설

① $\sin 0° < \cos 0°$
② $\cos 60° < \tan 60°$
④ $\tan x$의 최댓값은 없다.
⑤ x의 값이 커지면 $\cos x$의 값은 작아진다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AE} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값은?(단, 단위는 생략)

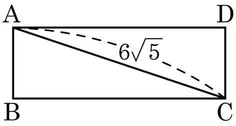


① 100 ② 120 ③ 150 ④ 150 ⑤ 210

해설

$\overline{AC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ 이므로 $\overline{CD}^2 - \overline{DE}^2 = 13^2 - 7^2 = 120$

12. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $6\sqrt{5}$ 인 직사각형 ABCD 의 가로의 길이는 세로의 길이의 3 배이다. □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** $24\sqrt{2}$

해설

가로를 $3a$, 세로를 a 라고 하면

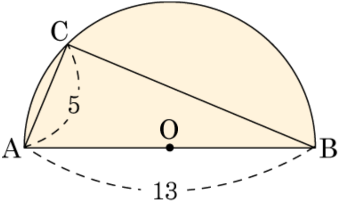
$6\sqrt{5} = \sqrt{(3a)^2 + a^2}$, $6\sqrt{5} = \sqrt{10a^2}$

양변을 제곱하면 $180 = 10a^2$

$a^2 = 18$, $a = 3\sqrt{2}$

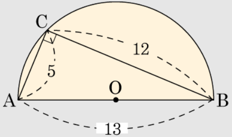
$\therefore$ □ABCD$= (3a + a) \times 2 = 8a = 24\sqrt{2}$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 가 지름인 반원 O 에서 $\sin A$ 의 값을 구하면?



① $\dfrac{12}{13}$ ② $\dfrac{13}{12}$ ③ $\dfrac{5}{13}$ ④ $\dfrac{13}{5}$ ⑤ $\dfrac{5}{12}$

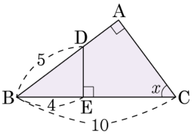
해설



지름에 대한 원주각은 $90°$ 이므로 $\angle ACB = 90°$
$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ 이다.

따라서 $\sin A = \dfrac{12}{13}$ 이다.

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\sin x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{4}{5}$

해설

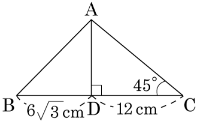
$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)

$\Rightarrow \angle x = \angle BCA = \angle BDE$

또한, $\overline{DE} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 이다.

따라서 $\sin x = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{BD}} = \dfrac{4}{5}$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\tan B$ 의 크기는?

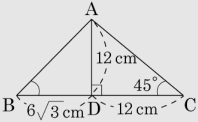


.

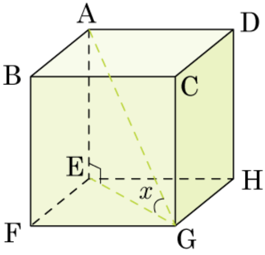
① $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ ② $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\tan B = \frac{12}{6\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



16. 다음 그림은 한 변의 길이가 $2a$ 인 정육면체이다. $\angle AGE = x$ 라고 하면, $\cos x$ 의 값이 $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

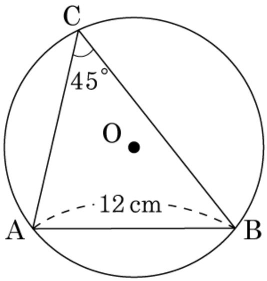
$\overline{EG} = \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = 2\sqrt{2}a$

$\overline{AG} = 2\sqrt{3}a$

$\therefore \cos x = \dfrac{2\sqrt{2}a}{2\sqrt{3}a} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

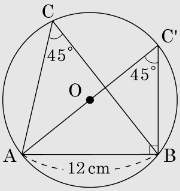
따라서 $a+b=9$ 이다.

17. 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 에 대한 원주각의 크기가 $45°$ 이고, $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, 외접원 O 의 넓이는?



① $9\pi\,\text{cm}^2$ ② $18\pi\,\text{cm}^2$ ③ $36\pi\,\text{cm}^2$ ④ $72\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $144\pi\,\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 원 O 의 지름 C′A 를 그으면 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로

$\angle AC'B = \angle ACB = 45°$

반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$ 이므로

$\angle ABC' = 90°$

$$\cos 45° = \frac{12}{\overline{AC'}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

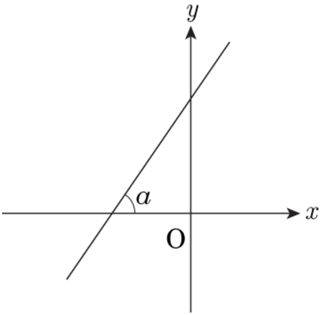
$\therefore \overline{AC'} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$ 이므로

$\overline{AO} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 외접원 O 의 넓이는

$S = \pi r^2 = \pi \times (6\sqrt{2})^2 = 72\pi(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같이 $y = 2x + 4$의 그래프가 x축과 양의 방향으로 이루는 각의 크기를 $a°$라고 할 때, $\tan a$의 값은?



① $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

해설

x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 a라 할 때,

(직선의 기울기) $= \dfrac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}} = \tan a$이다.

따라서 $\tan a = 2$이다.

19. $0° < x < 90°$ 일 때, $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ 을 만족시키는 x 의 값은?

① $0°$ ② $15°$ ③ $30°$ ④ $45°$ ⑤ $60°$

해설

$\sin x = \mathrm{A}$ 라고 하면

$2\mathrm{A}^2 - 3\mathrm{A} + 1 = 0$

$(2\mathrm{A} - 1)(\mathrm{A} - 1) = 0$

$\mathrm{A} = \frac{1}{2},\ 1$

$\sin x = \frac{1}{2},\ \sin x = 1$ 즉, $x = 30°$ 또는 $x = 90°$ 이다.

$0° < x < 90°$ 이므로 $x = 30°$ 이다.

20. 다음 표를 이용하여
$(\cos 55° + \sin 56° - \tan 54°) \times 10000$ 의 값을 구하여라.

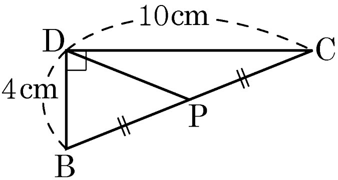
각도	sin	cos	tan
54°	0.8090	0.5878	1.3764
55°	0.8192	0.5736	1.4281
56°	0.8290	0.5592	1.4826

① 26 ② 97 ③ 170 ④ 262 ⑤ 324

해설

$\cos 55° = 0.5736$
$\sin 56° = 0.8290$
$\tan 54° = 1.3764$
$\therefore (\cos 55° + \sin 56° - \tan 54°) \times 10000$
$= (0.5736 + 0.8290 - 1.3764) \times 10000 = 262$

21. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD}=4\text{cm}$, $\overline{CD}=10\text{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?

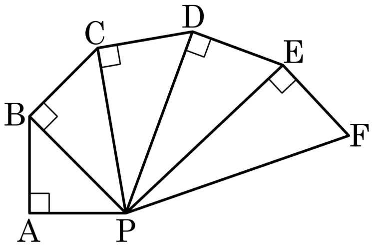


① $\sqrt{29}\,\text{cm}$　② $\sqrt{30}\,\text{cm}$　③ $\sqrt{31}\,\text{cm}$
④ $4\sqrt{2}\,\text{cm}$　⑤ $\sqrt{33}\,\text{cm}$

해설

피타고라스 정리에 따라서
$\overline{BC}^2=\overline{BD}^2+\overline{CD}^2=4^2+10^2=116$
$\overline{BC}=2\sqrt{29}\,\text{cm}$
점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP}=\overline{CP}=\sqrt{29}\,\text{cm}$
그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로
$\overline{DP}=\overline{BP}=\overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP}=\sqrt{29}\,\text{cm}$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{PF}$의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AP}=\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=1\,\text{cm}$)



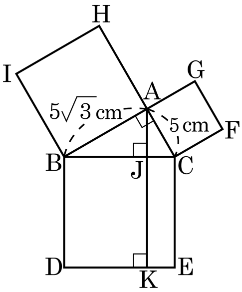
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

$\triangle$PAB, $\triangle$PBC, $\triangle$PCD, $\triangle$PDE,
$\triangle$PEF 는 모두 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 이용하면
$\overline{PB}=\sqrt{2}(\text{cm}), \overline{PC}=\sqrt{3}(\text{cm})$,
$\overline{PD}=2(\text{cm}), \overline{PE}=\sqrt{5}(\text{cm})$
$\overline{PF}=\sqrt{6}(\text{cm})$

23. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?



① 2 cm　② 2.5 cm　③ 3 cm

④ 3.5 cm　⑤ 4 cm

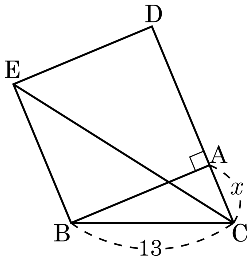
해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, $\square ACFG = \square JKEC$ 이므로

$\square ACFG = \square JKEC = 25\,\text{cm}^2$ 이다.

따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

24. 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ADEB 를 그렸을 때, $\triangle$EBC 의 넓이가 $72\,cm^2$ 이면 $\overline{AC}$ 의 길이는 얼마인지 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

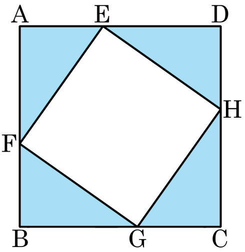
해설

$\triangle EBC = \triangle EBA = 72\,cm^2$

$\square ADEB = 144\,cm^2,\ \overline{AB} = 12\,cm$

$\therefore\ \overline{AC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (cm)$

25. 다음 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{BG}} = \overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 이고, 4 개의 직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이 성립한다. □ABCD 의 둘레의 길이가 $12\left(1+\sqrt{3}\right)$ 일 때, $\overline{\mathrm{AE}}^2 + \overline{\mathrm{DE}}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$\overline{\mathrm{AE}} = a$, $\overline{\mathrm{DE}} = b$ 라고 할 때,

직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이므로 △AEF 의 넓이는 $\dfrac{18\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1}{2}ab$

□ABCD 의 둘레의 길이가 $12\left(1+\sqrt{3}\right)$ 이므로 $4(a+b) = 12\left(1+\sqrt{3}\right)$

따라서 $a+b = 3+3\sqrt{3}$, $ab = \dfrac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 9+18\sqrt{3}+27-18\sqrt{3} = 36$ 이다.

26. 다음 중 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은?

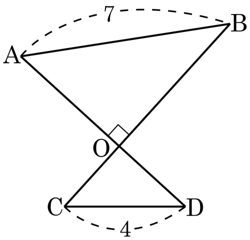
① $3,\ 4,\ 5$　② $5,\ 12,\ 13$　③ $1,\ \sqrt{2},\ \sqrt{3}$

④ $4,\ 5,\ \sqrt{41}$　⑤ $2,\ 4,\ 2\sqrt{6}$

해설

⑤ $2^2+4^2=20 \neq \left(2\sqrt{6}\right)^2=24$

27. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = 7$, $\overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2$ 의 값을 구하여라.



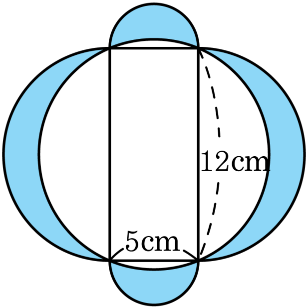
▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2$$
$$= \left(\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2\right) + \left(\overline{OC}^2 + \overline{OD}^2\right)$$
$$= \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$$
$$= 7^2 + 4^2$$
$$= 65$$

28. 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm^2

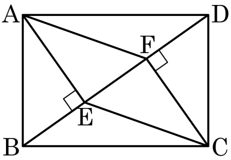
▷ 정답 : $60\,\mathrm{cm}^2$

해설

사각형의 넓이는 색칠한 부분의 넓이와 같다.

$\therefore 5 \times 12 = 60(\mathrm{cm}^2)$

29. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 이고 $\overline{BE} = \overline{EF} = \overline{FD}$ 이고, $\overline{BD} = 15\,\text{cm}$ 일 때, 사각형 AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $25\sqrt{2}$ cm^2

해설

$\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD}$ 이므로

$5 \times 15 = \overline{AB}^2$, $\overline{AB} = 5\sqrt{3}$ 이다.

$\triangle ABD$ 가 직각삼각형이므로

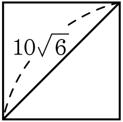
$\overline{AD} = \sqrt{15^2 - (5\sqrt{3})^2} = 5\sqrt{6}(\text{cm})$ 이다.

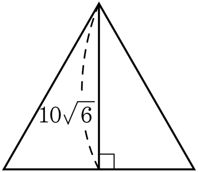
$\overline{AE} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{AD}}{\overline{BD}} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 사각형 AECF의 넓이

$= 5\sqrt{2} \times 5 = 25\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $10\sqrt{6}$ 인 정사각형과 높이가 $10\sqrt{6}$ 인 정삼각형이 있다. 정사각형과 정삼각형의 넓이를 각각 A, B 라 할 때, $A : B$ 는?





① $\sqrt{2} : 2$　　② $\sqrt{3} : 2$　　③ $\sqrt{3} : 3$

④ $2 : \sqrt{3}$　　⑤ $3 : 2$

해설

정사각형의 한 변의 길이를 a 라 하면,

$a^2 + a^2 = (10\sqrt{6})^2$ 이고 $a^2 = 300$

$\therefore\ A = a^2 = 300$

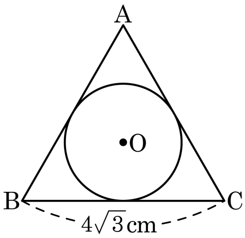
정삼각형의 한 변의 길이를 b 라 하면,

$b : 10\sqrt{6} = 2 : \sqrt{3}$

$b = 20\sqrt{2}$　　$\therefore\ B = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (20\sqrt{2})^2 = 200\sqrt{3}$

따라서, $A : B = 300 : 200\sqrt{3} = \sqrt{3} : 2$ 이다.

31. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형에 원 O 가 내접하고 있다. 이 내접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $4\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

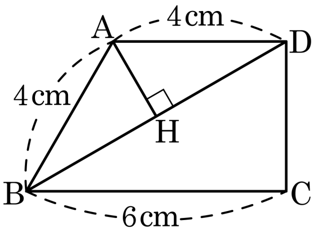
정삼각형의 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}\mathrm{cm}$ 이므로, 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6(\mathrm{cm})$

내접원의 중심은 삼각형의 무게중심과 일치하므로 높이를 $2:1$ 로 내분한다.

그러므로 반지름의 길이는 $6 \times \frac{1}{3} = 2(\mathrm{cm})$

따라서 내접원의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi(\mathrm{cm}^2)$

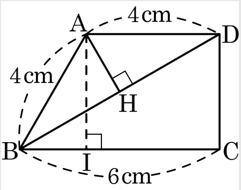
32. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\angle C = \angle D = 90°$ 이고, 점 A 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{2}$ cm　② $\sqrt{3}$ cm　③ 2 cm
④ $\sqrt{5}$ cm　⑤ $\sqrt{6}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하면



$\overline{BI} = 2\text{cm}$, $\overline{AI} = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{DC} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $\overline{BH} = \overline{HD} = 2\sqrt{3}\text{cm}$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2(\text{cm})$

33. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

① $\frac{32}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{64}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{128}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{256}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{512}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

구의 반지름의 길이를 $2\,\mathrm{cm}$라 하면

$(2a)^2 = 4^2 + a^2$

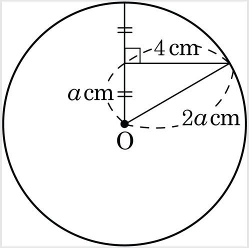
$4a^2 = 16 + a^2$

$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$

구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$ $(a^2 = \frac{16}{3}$ 대입)

$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi(\mathrm{cm}^2)$



34. 다음 중 계산 결과가 $\sin 30°$ 와 같지 <u>않은</u> 것은?

① $\cos 60°$

② $\tan 45° \times \sin 30°$

③ $\frac{1}{2}(\cos 60° \times \tan 60°)$

④ $\frac{1}{2}(\sin 30° + \cos 60°)$

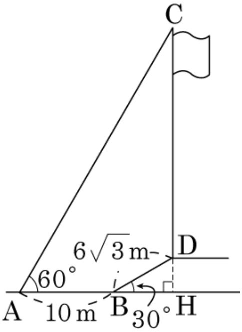
⑤ $2 \times (\sin 30° \times \cos 30° \times \tan 30°)$

해설

③ $\sin 30° = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}(\cos 60° \times \tan 60°) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 언덕 위에 국기 게양대가 서 있다. A 지점에서 국기 게양대의 꼭대기 C 를 올려다 본 각이 $60°$ 이고, A 지점에서 국기 게양대 방향으로 $10\,\mathrm{m}$ 걸어간 B 지점에서부터 오르막이 시작된다. 오르막 $\overline{BD}$ 의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ 이고 오르막의 경사가 $30°$ 일 때, 국기 게양대의 높이 $\overline{CD}$ 를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \mathrm{m}}$

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$ $\underline{\mathrm{m}}$

해설

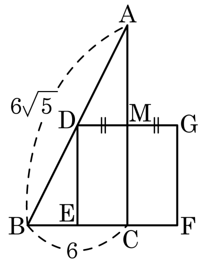
$$\overline{AH} = 10 + 6\sqrt{3}\cos 30° = 10 + 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 19\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{DH} = 6\sqrt{3}\sin 30° = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\overline{CH} = \overline{AH}\tan 60° = 19\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

$$\therefore\ \overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH} = 19\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 16\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$$

36. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = 6\sqrt{5}$m, $\overline{BC} = 6$, $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square DEFG$ 는 정사각형이다. $\overline{DM} = \overline{MG}$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - 6^2} = 12(\text{cm})$ 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$\overline{DM} = \overline{GM} = \dfrac{x}{2}$ 이므로

$\overline{BE} = 6 - \dfrac{x}{2}$, $\overline{AM} = 12 - x$ 이다.

또한, $\triangle ADM \backsim \triangle DBE$ ($\because$ AA 닮음)이므로

$\overline{DM} : \overline{BE} = \overline{AM} : \overline{DE}$

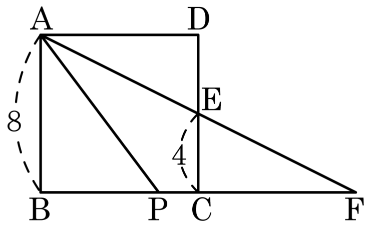
$\dfrac{x}{2} : \left(6 - \dfrac{x}{2}\right) = (12 - x) : x$

$\dfrac{x^2}{2} = \left(6 - \dfrac{x}{2}\right)(12 - x)$

$12x = 72$

$\therefore \ x = 6$

37. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고 점 A 와 점 P 를 잇고 $\angle\mathrm{PAD}$ 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 하자. $\overline{\mathrm{EC}} = 4$ 일 때, $\overline{\mathrm{AP}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle\mathrm{ECF} \backsim \triangle\mathrm{ABF}$ 이므로

$8 \ : \ 4 = (\overline{\mathrm{CF}} + 8) \ : \ \overline{\mathrm{CF}}$

$\therefore \overline{\mathrm{CF}} = 8$

$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{CFE}$ (엇각)

$\triangle\mathrm{APF}$ 는 이등변삼각형

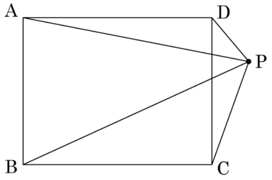
$\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PF}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BP}} = 16 - x$

$\triangle\mathrm{ABP}$ 에서

$x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$

$\therefore x = 10$

38. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{PA}=9$, $\overline{PB}=10$, $\overline{PD}=2$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{23}$

해설

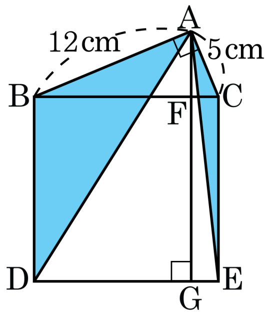
$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$ 이므로

$9^2+\overline{PC^2}=10^2+2^2$

$\overline{PC^2}=104-81=23$

$\overline{PC}=\sqrt{23}\ (\because \overline{PC}>0)$

39. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\dfrac{169}{2}$ cm^2

해설

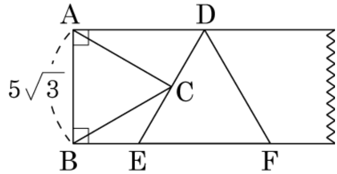
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13(\text{cm})$

($\triangle ABD$ 의 넓이)= ($\triangle BDF$ 의 넓이)

($\triangle AEC$ 의 넓이)= ($\triangle FEC$ 의 넓이)

(색칠한 부분의 넓이)= $\triangle BDF + \triangle FEC = \dfrac{1}{2}(\square BDEC) = \dfrac{169}{2}(\text{cm}^2)$

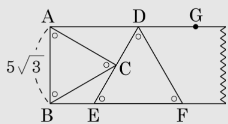
40. 다음 그림과 같이 폭이 $5\sqrt{3}$ 으로 일정한 종이테이프 내부에 두 개의 정삼각형 ABC, DEF 가 맞닿아 있다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



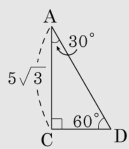
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



다음 그림에서 $\angle CAD = 90° - 60° = 30°$, $\overline{AG} // \overline{BF}$ 이므로 $\angle ADC = \angle CEF = 60°$ 이다.



$\triangle ACD$ 에서 $\overline{AD} : \overline{CD} : \overline{AC} = 2 : 1 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AD} : 5\sqrt{3} = 2 : \sqrt{3}$, $\therefore \overline{AD} = 10$

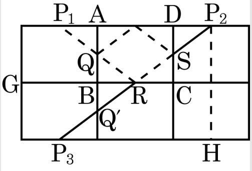
41. 가로와 세로의 길이가 각각 4, 3 인 직사각형 ABCD 의 각 변 위에 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

다음 그림과 같이 □ABCD 와 합동인 직사각형을 작도하여 점 P 를 각각 변 AB 와 CD 에 대해 대칭이동한 점 P_1, P_2 를 잡으면



$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{P_1Q} + \overline{QR}$
$\overline{PS} + \overline{SR} = \overline{P_2S} + \overline{SR}$
다시, 점 P_1, Q 를 GB 에 대해 대칭이동한 점 P_3, Q' 를 잡으면 $\overline{P_1Q} + \overline{QR} = \overline{P_3Q'} + \overline{Q'R}$ 이 되어 □PQRS 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_2P_3}$ 의 길이가 된다.

따라서 $\overline{P_2P_3} = \sqrt{\overline{P_3H}^2 + \overline{P_2H}^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 이다.

42. 대각선의 길이가 $\sqrt{53}$ 이고 겉넓이가 68 인 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 44

해설

직육면체의 밑면의 가로의 길이를 a, 세로의 길이를 b, 높이를 c 라 하면 직육면체의 대각선의 길이는

$\sqrt{a^2+b^2+c^2} = \sqrt{53}$ $\quad \therefore \ a^2+b^2+c^2 = 53$

직육면체의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca) = 68$

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)\\ &= 53+68 = 121\end{aligned}$$

$\therefore \ a+b+c = \sqrt{121} = 11$

따라서 모든 모서리의 합은

$4(a+b+c) = 4\times 11 = 44$ 이다.

43. $\overline{\mathrm{BC}}=5$, $\overline{\mathrm{CD}}=6$, $\overline{\mathrm{DB}}=7$ 이고, $\angle\mathrm{BAC}=\angle\mathrm{CAD}=\angle\mathrm{DAB}=90°$ 인 사면체 A – BCD 의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{95}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}=a$, $\overline{\mathrm{AC}}=b$, $\overline{\mathrm{AD}}=c$ 라 하면

$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $a^2+b^2=5^2$

$\triangle\mathrm{ACD}$ 에서 $b^2+c^2=6^2$

$\triangle\mathrm{ADB}$ 에서 $c^2+a^2=7^2$

위의 세 식을 더하면 $a^2+b^2+c^2=55$

따라서 식을 연립하여 풀면

$a=\sqrt{19}$, $b=\sqrt{6}$, $c=\sqrt{30}$ 이므로,

따라서 A – BCD 의 부피는

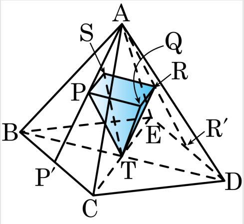
$$\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{ACD}\times\overline{\mathrm{AB}}$$
$$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{30}\right)\times\sqrt{19}$$
$$=\sqrt{95}$$ 이다.

44. 밑면이 정사각형이고 4 개의 옆면이 모두 정삼각형인 사각뿔의 부피를 V_1 이라 하고, 그 사각뿔의 각 옆면의 외심과 밑면의 대각선의 교점을 연결하여 만든 사각뿔의 부피를 V_2 라 할 때, $\dfrac{V_1}{V_2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{27}{2}$

해설



정삼각형은 무게중심, 외심이 일치한다. 주어진 입체도형의 한 모서리의 길이를 a 라 하고,

점 A 에서 두 점 P, R 을 지나면서 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{DE}}$ 와 만나는 점을 각각 P′, R′ 이라 하자.

$\triangle\mathrm{APR} \backsim \triangle\mathrm{AP'R'}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{AP'}} = \overline{\mathrm{PR}} : \overline{\mathrm{P'R'}} = 2 : 3$

$2 : 3 = \overline{\mathrm{PR}} : a$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PR}} = \dfrac{2}{3}a,\ \overline{\mathrm{QS}} = \overline{\mathrm{PR}} = \dfrac{2}{3}a$

$\therefore\ \square\mathrm{PQRS} = \dfrac{1}{2} \times \left(\dfrac{2}{3}a\right)^2 = \dfrac{2}{9}a^2$

점 A 에서 $\overline{\mathrm{PR}}$, $\overline{\mathrm{P'R'}}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, T 라 하면

$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AP'}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ 이므로

$\overline{\mathrm{AT}} = \sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a$

$\overline{\mathrm{TH}} = \dfrac{1}{3}\overline{\mathrm{AT}} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}a = \dfrac{\sqrt{2}}{6}a$

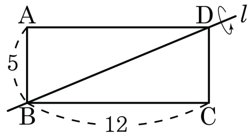
따라서

$V_2 = \dfrac{1}{3} \times \square\mathrm{PQRS} \times \overline{\mathrm{TH}} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2}{9}a^2 \times \dfrac{\sqrt{2}}{6}a = \dfrac{\sqrt{2}}{81}a^3$,

$V_1 = \dfrac{1}{3} \times \square\mathrm{ABCD} \times \overline{\mathrm{AT}} = \dfrac{1}{3} \times a^2 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}a = \dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$ 이다.

따라서 $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3 \times \dfrac{81}{\sqrt{2}a^3} = \dfrac{27}{2}$ 이다.

45. 가로 12, 세로 5 인 직사각형 ABCD 를 $\overline{BD}$ 를 지나는 직선 l 을 회전축으로 하여 1 바퀴 회전시킬 때, $\overline{AB}$ 가 지나간 곳의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

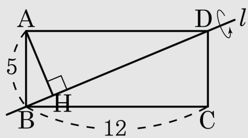
▷ 정답 : $\frac{300}{13}\pi$

해설

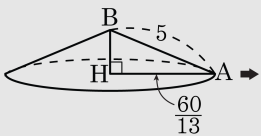
$\overline{BD} = 13$

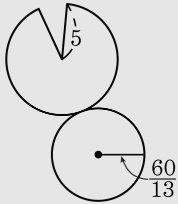
$\triangle ADB = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times 13 \times \overline{AH}$

$\therefore \ \overline{AH} = \frac{60}{13}$



$\overline{AB}$ 가 지나간 곳은 다음 원뿔의 옆면의 넓이와 같으므로

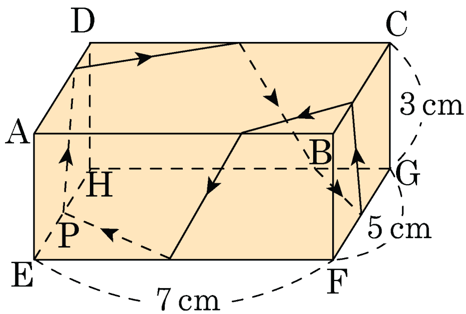




$$(\text{부채꼴의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (\text{반지름}) \times (\text{호의 길이})$$

$$(\text{옆넓이}) = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{120}{13}\pi = \frac{300}{13}\pi$$

46. 세 모서리의 길이가 각각 3cm, 5cm, 7cm 인 직육면체에서 모서리 EH 위의 한 점 P 가 $\sqrt{41}$ cm/s 의 속도로 움직인다. 점 P 는 EH 의 중점에서 출발하여 직육면체의 겉면을 따라 6 개의 면을 모두 지나서 다시 출발점으로 돌아온다고 할 때, 점 P 가 돌아오는 데 걸리는 최소 시간을 구하여라.

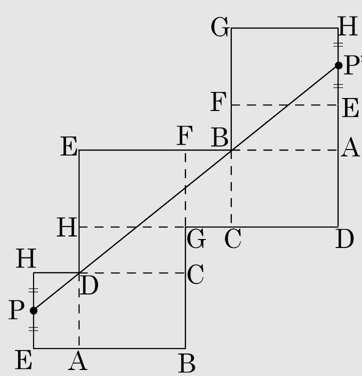


▶ 답 : 초

▷ 정답 : 4 초

해설

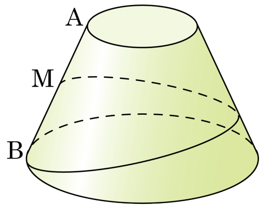
$\overline{AE}=3,\ \overline{AD}=5,\ \overline{AB}=7$ 인 직육면체의 전개도를 그리면 위의 그림과 같다.



$\therefore\ \overline{PP'}=\sqrt{16^2+20^2}=4\sqrt{41}(\mathrm{m})$

따라서 최소 시간은 $\dfrac{4\sqrt{41}}{\sqrt{41}}=4$ (초) 이다.

47. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8, 윗면의 반지름의 길이가 4, 모선의 길이가 16 인 원뿔대가 있다. 이 원뿔대의 밑면의 점 B 에서 모선 AB 의 중점 M 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

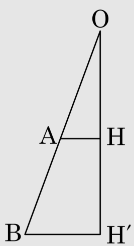


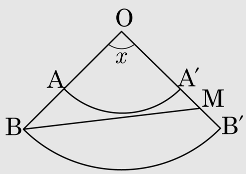
▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

다음 그림에서 $\triangle OAH \backsim \triangle OBH'$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $1:2$ 이므로 $\overline{OA}=16$ 이다.





또, 원뿔대의 옆면의 전개도에서

$\angle BOB'=x$ 라 하면

$2\pi\times16\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times4$

$\therefore\ x=90\,^\circ$

따라서, $\overline{BM}=\sqrt{32^2+(16+8)^2}=40$ 이다.

48. $\overline{\mathrm{AB}} = 10$ 인 삼각형 ABC에서 $\sin B = \cos C$ 이고, 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 길이가 8 일 때, 선분 AC 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

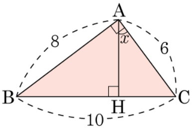
▷ 정답 : $\dfrac{40}{3}$

해설

$\sin B = \cos C$ 이면 $\angle \mathrm{A} = 90°$
점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때,
삼각형 AHB 와 삼각형 CAB 는 닮음이므로
$\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{BAH} = x$ 라 할 때, $\cos x = \dfrac{4}{5}$, $\sin x = \dfrac{3}{5}$, $\tan x = \dfrac{3}{4}$
이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AC}} = \dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\tan x} = \dfrac{10}{\frac{3}{4}} = \dfrac{40}{3}$ 이다.

49. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\angle HAC = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?

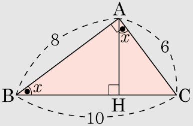


① $\frac{1}{3}$　② $\frac{3}{5}$　③ $\frac{3}{4}$　④ $\frac{4}{5}$　⑤ $\frac{4}{3}$

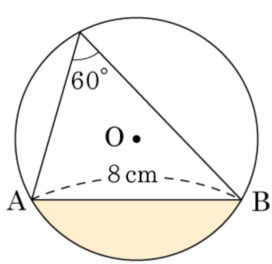
해설

$\triangle AHC \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음), $\angle x = \angle ABC$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$



50. 다음 그림과 같이 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 에 대한 원주각의 크기가 $60°$ 이고, $\overline{\mathrm{AB}} = 8\,\mathrm{cm}$ 인 원 O 에 대하여 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



① $16\pi - 2\sqrt{3}$ (cm^2)
② $16\pi - \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ (cm^2)
③ $\dfrac{16}{9}\pi - \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ (cm^2)
④ $\dfrac{64}{9}\pi - \dfrac{16}{3}\sqrt{3}$ (cm^2)
⑤ $\dfrac{4}{9}\pi - \dfrac{16}{3}\sqrt{3}$ (cm^2)

해설

원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\overline{\mathrm{AC'}}\sin 60° = 8$, $\overline{\mathrm{AC'}} = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ (cm)

$\therefore\ r = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{AC'}} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ (cm)

$\angle\mathrm{AOB} = 120°$ 이므로 부채꼴 AOB 의 넓이는 $\dfrac{1}{3} \times \pi \times \left(\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{64}{9}\pi$

따라서 색칠된 부분의 넓이는

$\dfrac{64}{9}\pi - \dfrac{1}{2} \times \left(\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 \times \sin 120°$

$= \dfrac{64}{9}\pi - \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ (cm^2) 이다.