

1. $\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} = \left(\frac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $\frac{n}{m}$ 은 기약분수이다.)

① 6

② 9

③ 11

④ 16

⑤ 17

해설

$$3^6 + 3^6 + 3^6 = 3^6 \times 3 = 3^7$$

$$5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 = 5^6 \times 5 = 5^7$$

$$4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6 = 4^6 \times 4 = 4^7$$

$$2^6 + 2^6 = 2^6 \times 2 = 2^7$$

$$\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6}$$

$$= \frac{3^7}{5^7} \times \frac{4^7}{2^7} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{2}\right)^7$$

$$= \left(\frac{3 \times 4}{5 \times 2}\right)^7 = \left(\frac{6}{5}\right)^7$$

$$\therefore \frac{n}{m} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore m+n = 5+6 = 11$$

2. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

① x^2

② x^4

③ x^6

④ x^8

⑤ x^{10}

해설

$$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$$

3. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$$

(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

4. $(-3x^2y)^2 \div \frac{3x^2y^4}{2y^2} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2}$ 의 값은?

① $3xy^3$

② $-3x^3y$

③ $-4x^2$

④ $4x^2$

⑤ $4x^2y$

해설

$$\begin{aligned} & (-3x^2y)^2 \div \frac{3x^2y^4}{2y^2} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2} \\ &= 9x^4y^2 \times \frac{2y^2}{3x^2y^4} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2} \\ &= 6x^2 - 2x^2 = 4x^2 \end{aligned}$$

5. 밑면의 반지름의 길이가 a cm, 높이가 b cm 인 원뿔 V_1 과 밑면의 반지름의 길이가 b cm, 높이가 a cm 인 원뿔 V_2 가 있다. V_1 의 부피는 V_2 의 부피의 몇 배인가?

- ① a 배 ② b 배 ③ ab 배 ④ $\frac{a^2}{b}$ 배 ⑤ $\frac{a}{b}$ 배

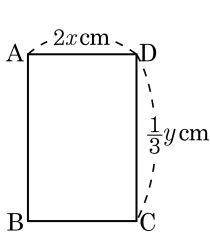
해설

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi a^2 b, V_2 = \frac{1}{3}\pi b^2 a \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\frac{V_1}{V_2} &= \frac{\frac{1}{3}\pi a^2 b}{\frac{1}{3}\pi b^2 a} \\ &= \frac{1}{3} \pi a^2 b \times \frac{3}{\pi b^2 a} \\ &= \frac{a}{b}\end{aligned}$$

따라서 V_1 의 부피는 V_2 의 부피의 $\frac{a}{b}$ 배이다.

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2x \text{ cm}$, $\overline{CD} = \frac{1}{3}y \text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. $\overline{AD}$ 를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 $\overline{CD}$ 를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



- ① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배 ④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.

(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로

$\overline{AD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

$\overline{CD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2y$$

$$\therefore \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2y} = \frac{y}{6x} \text{ (배)}$$

7. $(a, b) * (c, d) = \frac{ad}{bc}$ 라 할 때,

$\left(2x^3y, -\frac{xy^4}{5}\right) * \left(-\frac{2}{3}xy^2, -\frac{2}{xy^2}\right)$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{25}{y^3}$

② $-\frac{25}{y^5}$

③ $-\frac{25}{y^7}$

④ $-\frac{30}{y^7}$

⑤ $-\frac{30}{y^9}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{2x^3y \times \left(-\frac{2}{xy^2}\right)}{\left(-\frac{xy^4}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{3}xy^2\right)} = \frac{-\frac{4x^2}{y}}{\frac{2x^2y^6}{15}} \\ &= \left(-\frac{4x^2}{y}\right) \times \left(\frac{15}{2x^2y^6}\right) = -\frac{30}{y^7}\end{aligned}$$

8. $2^{2x} \times 8^x = 4^2 \times 2^x$ 를 만족하는 x 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{4}{3}$

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$2^{2x} \times 2^{3x} = (2^2)^2 \times 2^x$$

$$2^{5x} = 2^{x+4}$$

$$\therefore x = 1$$

9. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$(\text{좌변}) = 3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3}$$

$$(\text{우변}) = 81^3 = (3^4)^3 = 3^{12}$$

$$3^{x+3} = 3^{12} \text{ 에서 } x+3 = 12 \quad \therefore x = 9$$

10. $3^{2x-3} \div 3^{x+1} = 243$ 에서 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

$$3^{2x-3-(x+1)} = 3^{x-4} = 3^5$$

$$\therefore x - 4 = 5 \quad \therefore x = 9$$

11. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5 \text{ 이므로 } 15 - 5n = 5$$

$$\therefore n = 2$$

12. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^6 y^{12} z^{18}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 12

⑤ 18

해설

$$(x^a y^b z^c)^d = x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^6 y^{12} z^{18}$$

$$ad = 6, bd = 12, cd = 18$$

d 는 6, 12, 18 의 최대공약수

$$\therefore d = 6$$

13. 다음 식을 만족하는 최대의 자연수 n 에 대하여, $n - a + 2b - c$ 의 값은?

$$(x^a y^b z^c)^n = x^{56} y^{64} z^{88}$$

① -2

② 0

③ 4

④ 6

⑤ 10

해설

56, 64, 88 의 최대공약수는 8 이다.

따라서 $n = 8$ 이고, $a = 7$, $b = 8$, $c = 11$ 이다.

그러므로 $n - a + 2b - c = 8 - 7 + 16 - 11 = 6$ 이다.

14. 등식 $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-14x} = 81^{3x+1}$ 이 성립하도록 x 값을 정할 때, 다음에서 x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

양변의 밑이 3 이 되도록 바꾸면,

$$(3^{-1})^{2-14x} = (3^4)^{3x+1}$$

$$3^{-2+14x} = 3^{12x+4}$$

이므로 $-2 + 14x = 12x + 4$ 이다.

따라서 $x = 3$ 이다.

15. 다음 식에서 $A + B + C$ 의 값은?

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$$

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$$

$$(-4)^A x^{3A} \times 2xy^B \div 4x^4y^2 = 8x^Cy$$

$$(-4)^A \times 2 \div 4 = 8 \quad \therefore A = 2$$

$$x^{3A} \times x \div x^4 = x^C$$

$$x^6 \times x \div x^4 = x^C \quad \therefore C = 3$$

$$y^B \div y^2 = y \quad \therefore B = 3$$

$$\therefore A + B + C = 2 + 3 + 3 = 8$$