

1. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ = x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4\end{aligned}$$

$(x^2$ 의 계수) $= (x^3$ 의 계수) $= 0$ 이므로

$$ab + 2 = 0, a + 2 = 0$$

$$\text{따라서 } a = -2, b = 1$$

$$\therefore a + b = -1$$

2. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$\therefore$ 상수항은 -1

3. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

4. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 등식 $(1 - 2i)z - i\bar{z} = 3 - 5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1 + i$

② $2 + i$

③ $2 + 2i$

④ $1 - i$

⑤ $2 - i$

해설

$z = a + bi$ 라 하면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$$\begin{aligned}(1 - 2i)(a + bi) - i(a - bi) &= a + bi - 2ai + 2b - ai - b \\ &= (a + b) + (-3a + b)i = 3 - 5i\end{aligned}$$

따라서 $a + b = 3$, $-3a + b = -5$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 2, b = 1$$

따라서 $z = 2 + i$ 이다.

5. 다음 계산 과정에서 최초로 틀린 부분은?

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} &= \boxed{\text{㉠}} \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{-2}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉡}} \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉢}} \frac{\sqrt{-16}}{2} \\ &= \boxed{\text{㉤}} \frac{4i}{2} \\ &= \boxed{\text{㉥}} = \sqrt{-4}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\sqrt{-2} \sqrt{-2} = \sqrt{2}i \sqrt{2}i = 2i^2 = -2$$

따라서 최초로 틀린 부분은 ㉢이다.

6. $x(x-1)(x+1) - 6 = 0$ 의 세근을 구하면?

① $2, -1, -3$

② $-2, 1, -3$

③ $2, 1, -3$

④ $-2, -1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ $2, -1 \pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2 + 2x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

7. $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ -16

해설

$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0$ 이므로

두 허근 α, β 는

각각 $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$

8. 임의의 두 실수 x, y 에 대하여 $(x+yi)(1+2i) + (xi-y)(-1-i) - (y+i)$ 가 실수일 때, 좌표평면에서 점 (x, y) 로 표현되는 도형과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

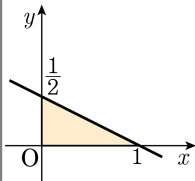
$$(\text{준식}) = (2x - 2y) + (x + 2y - 1)i = 0$$

$$\therefore x + 2y - 1 = 0,$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{넓이} = \frac{1}{4}$$



9. x 에 대한 이차방정식 $x^2k - \left(x - \frac{1}{4}\right)k + \frac{1}{4} = 0$ 이 허근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < 0$

② $k > 0$

③ $0 < k < \frac{1}{4}$

④ $k \leq 0$

⑤ $k \geq 0$

해설

$$x^2k - \left(x - \frac{1}{4}\right)k + \frac{1}{4} = 0 \text{ 이}$$

허근을 가져야 하므로

x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$kx^2 - kx + \frac{1}{4}(k+1) = 0$$

$$D = (-k)^2 - 4k \cdot \frac{1}{4}(k+1) < 0$$

$$= k^2 - k^2 - k = -k < 0 \quad \therefore k > 0$$

$$\therefore k > 0$$

10. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

① $\frac{15}{2}$ m

② 8m

③ $\frac{17}{2}$ m

④ 3m

⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y \text{ m}^2$, 반지름의 길이를 $x \text{ m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2} \text{ m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4} \text{ m}^2$ 을 가진다.

11. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1) = 0$, $x^2 - y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는 (x, y) 의 개수는?

① 무한히 많다.

② 0개

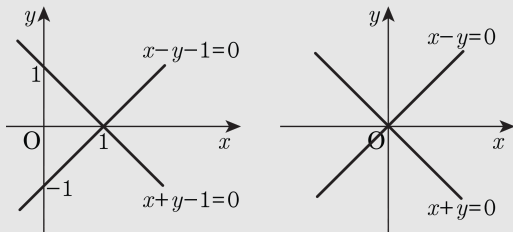
③ 1개

④ 2개

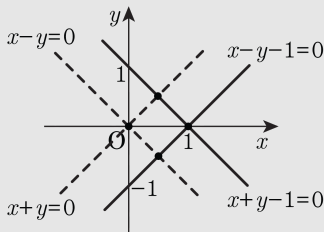
⑤ 4개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2개이다.

12. 어떤 공장에서 A , B 의 두 제품을 생산하고 있다. A 제품의 생산량은 작년에 비하여 20% 증가하였고, B 제품은 25% 증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의 B 제품의 생산량을 구하면?

▶ 답: 개

▷ 정답: 40 개

해설

작년 두 제품의 생산량을 차례로 a , b 라고 하면,
올해는 각각 $1.2a$, $1.25b$ 이다.

$$a + b = 70, 1.2a + 1.25b = 86$$

연립하여 풀면, $a = 30$, $b = 40$

13. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 실수 해의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{A} \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} \text{에서 } x^2 - (y-3)^2 = 0$$

$$(x+y-3)(x-y+3) = 0$$

$$y = x+3 \text{ 또는 } y = -x+3$$

i) $y = -x+3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 이 때, } y = 1$$

ii) $y = x+3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\text{이 때, } y = 2 \pm \sqrt{3}i$$

i), ii)에서 실수해의 순서쌍은 $(2, 1)$ 이다.

따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1 개이다.

14. 정식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때 3이 남고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눌 때 3x가 남는다. $f(x)$ 를 $x^2 - 5x + 6$ 으로 나눌 때, 나머지를 구하면?

① $6x - 1$

② $6x - 2$

③ $6x - 3$

④ $6x - 5$

⑤ $6x - 9$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q_1(x) + 3 \\ &= (x - 1)(x - 2)Q_1(x) + 3 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_2(x) + 3x \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_2(x) + 3x \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 5x + 6)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x - 3)Q(x) + ax + b \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{aligned}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢} \text{에서 } f(2) = 3 = 2a + b \cdots \cdots \textcircled{㉤}$$

$$\textcircled{㉡}, \textcircled{㉢} \text{에서 } f(3) = 9 = 3a + b \cdots \cdots \textcircled{㉥}$$

$$\therefore \textcircled{㉤}, \textcircled{㉥} \text{에서 } a = 6, b = -9$$

$$\therefore \text{나머지는 } 6x - 9$$

15. $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$ 을 인수분해하면 $(x^2+p)(x^2+qx-18)$ 이다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\} + 21x^2 \\&= (x^2 - 7x - 18)(x^2 + 3x - 18) + 21x^2 \\&= \{(x^2 - 18) - 7x\}\{(x^2 - 18) + 3x\} + 21x^2 \\&= (x^2 - 18)^2 - 4x(x^2 - 18) - 21x^2 + 21x^2 \\&= (x^2 - 18)(x^2 - 4x - 18)\end{aligned}$$

따라서 $p = -18, g = -4$

$$\therefore pq = (-18) \times (-4) = 72$$

16. $x = \frac{1+3i}{1+i}$ 일 때, $x^3 - 4x^2 + 4x + 1$ 의 값은?

① $1+i$

② $1-i$

③ $-1+i$

④ $-1-i$

⑤ 1

해설

$$x = 2 + i$$

$$(x-2)^2 = i^2 = -1$$

$$\therefore x^2 - 4x = -5$$

$$(\text{준식}) = x(x^2 - 4x) + 4x + 1$$

$$= -5x + 4x + 1$$

$$= -x + 1$$

$$= -1 - i$$

17. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 2)^2 - 1 \\&= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\&= ax^2 + 4ax + 4a - 1\end{aligned}$$

$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

18. 삼차방정식 $x^3 + (2a+3)x^2 - (6a+5)x + (4a+1) = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$ ② $a = -2, -2 \pm \sqrt{10}$
 ③ $a = 3, -3 \pm \sqrt{5}$ ④ $a = 1, 4 \pm \sqrt{10}$
 ⑤ $a = -1, -2 \pm 2\sqrt{2}$

해설

$f(x) = x^3 + (2a+3)x^2 - (6a+5)x + 4a+1$ 이라 하면
 $f(1) = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $(x-1)$ 을 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & 2a+3 & -6a-5 & 4a+1 \\
 & & 1 & 2a+4 & -4a-1 \\
 \hline
 & 1 & 2a+4 & -4a-1 & 0
 \end{array}$$

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

$$(x-1) \{x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1\} = 0$$

(i) $x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1 = 0$ 이 $x \neq 1$ 인 경우

$$D = 0 \text{이므로, } a^2 + 8a + 5 = 0$$

$$\therefore a = -4 \pm \sqrt{11}$$

(ii) $x^2 + 2(a+2)x - 4a - 1 = 0$ 이 $x = 1$ 을 근으로 갖는 경우

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + 2(a+2) - 4a - 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

(i), (ii)에서 $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$

19. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} - \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\right)^2$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$$

$$\alpha\beta < 0 \text{ 이므로 } \frac{\beta}{\alpha} < 0, \frac{\alpha}{\beta} < 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} - \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\right)^2 &= \frac{\beta}{\alpha} - 2\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \frac{\alpha}{\beta} \\ &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} + 2\left(\because \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = -\sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{\alpha}{\beta}}\right) \\ &= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} + 2 \\ &= -4 \end{aligned}$$

해설

20. $m > 0$ 이고 이차방정식 $mx^2 + (3m-5)x - 24 = 0$ 의 두 근의 절대값의 비가 3 : 2일 때, 정수가 아닌 m 의 값은?

① $\frac{25}{9}$

② $\frac{26}{9}$

③ $\frac{28}{9}$

④ $\frac{29}{9}$

⑤ $\frac{31}{9}$

해설

$m > 0$ 에서 두 근의 곱이 $-\frac{24}{m} < 0$ 이므로

서로 다른 부호의 두 실근을 갖는다.

따라서, 방정식의 두 근을 3α , -2α 라 놓을 수 있다.

근과 계수와의 관계로부터

$$\begin{cases} 3\alpha + (-2\alpha) = -\frac{3m-5}{m} \\ 3\alpha(-2\alpha) = -\frac{24}{m} \end{cases}$$

$$\therefore \left(-\frac{3m-5}{m}\right)^2 = \frac{4}{m} \quad \therefore (3m-5)^2 = 4m$$

정리하여 인수분해하면 $(9m-25)(m-1) = 0$

$$\therefore m = \frac{25}{9}, 1$$

따라서 정수가 아닌 m 의 값은 $\frac{25}{9}$ 이다.