1. 다음 중에서 $x=0$과 $x=2$를 모두 해로 가지는 이차방정식은?

① $x(x+2)=0$ ② $x(x-2)=0$

③ $(x-1)(x+2)=0$ ④ $(x-2)^2=0$

⑤ $x^2=0$

해설

$x=0$과 $x=2$를 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ②뿐이다.

2. 이차방정식 $x^2 = \dfrac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$　　② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$　　④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$x^2 = \dfrac{(x-2)(x-3)}{2}$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$2x^2 = x^2 - 5x + 6$

$x^2 + 5x - 6 = 0$

$(x+6)(x-1) = 0$

$\therefore x = -6$ 또는 1

3. 이차방정식 $3x^2+ax+b=0$ 의 해가 $x=-3$ 또는 $x=\frac{5}{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$3x^2+ax+b=0$ 의 해가

$x=-3$ 또는 $x=\frac{5}{3}$ 이므로

$(x+3)(3x-5)=0$

$3x^2+4x-15=0$

$\therefore\ a=4,\ b=-15$

$a-b=4-(-15)=19$

4. 두 이차방정식 $x^2+2x-15=0$ 과 $x^2-9=0$ 의 공통인 근은?

① 1　② -3　③ 3　④ 5　⑤ 9

해설

$x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$

$x=-5$ 또는 $x=3$

$x^2-9=0$

$x^2=9$

$x=3$ 또는 -3

$\therefore$ 공통인 근 $x=3$

5. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

① $a \le 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \ge 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근
$b = 0$ 이면 중근
따라서 $b \ge 0$ 이다.

6. 이차방정식 $(x-1)(x-5)=4$ 를 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$(x-1)(x-5)=4$
$x^2-6x+5=4$
$(x-3)^2-9+5=4$
$\therefore (x-3)^2=8$
$a=-3,\ b=8$
$\therefore\ a+b=5$

7. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = 2 \pm \sqrt{6}$ ② $x = -2 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -2 \pm \sqrt{6}$

④ $x = 2 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6}$ 이다.

8. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x+y=7$

▷ 정답: $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면
$A(A-3)-28=0$
$A^2-3A-28=0$
$(A-7)(A+4)=0$
$\therefore x+y=7$ 또는 $x+y=-4$

9. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $b^2 - ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

② $b^2 - ac = 0$ 이면 근이 없다.

③ $b^2 - 4ac < 0$ 이면 2 개의 다른 실근을 가진다.

④ $b = 0$ 이면 중근을 가진다.

⑤ $b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

해설

$b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가지고 $b^2 - 4ac = 0$ 이면 중근을 가지고, $b^2 - 4ac < 0$ 이면 근이 없다.

10. 이차방정식 $3x^2-(k-2)x+m=0$ 의 두 근의 곱이 1 , 합이 -2 일 때, 실수 k , m 에 대하여 km 의 값은?

① 6 ② 12 ③ -6 ④ -12 ⑤ 3

해설

두 근의 곱 : $1=\dfrac{m}{3}$

$\therefore m=3$

두 근의 합 : $-2=\dfrac{k-2}{3}$

$\therefore k=-4$

$\therefore km=(-4)\times 3=-12$

11. 이차방정식 $x^2+ax+4=0$ 의 한 근이 $3-\sqrt{5}$ 일 때, 다른 한 근을 b 라 하자. 이때, $a+b$ 의 값은?

① $3-\sqrt{5}$ ② $-3-\sqrt{5}$ ③ $3+\sqrt{5}$

④ $-3+\sqrt{5}$ ⑤ $-3-\sqrt{5}$

해설

다른 한 근은 $b=3+\sqrt{5}$이므로
$-a=(3-\sqrt{5})+(3+\sqrt{5})=6$
$\therefore a=-6$
$\therefore a+b=-3+\sqrt{5}$

12. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

① -24 ② -12 ③ 12 ④ 24 ⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 α, 3α 라 하면,
$\alpha + 3\alpha = 8$ 이므로 $\alpha = 2$
$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$
$\therefore\ m = 12$

13. 책을 펼쳐서 나타난 쪽수의 곱이 156 이었을 때, 뒷 쪽의 쪽수를 구하여라.

▶ 답 : 쪽

▷ 정답 : 13 쪽

해설

펼쳐진 책의 쪽수를 $x-1$, x라 하면
$(x-1)x = 156$
$(x-13)(x+12) = 0$
$x > 0$ 이므로 $x = 13$ (쪽)

14. 둘레의 길이가 32cm 이고, 넓이가 56cm^2 인 직사각형의 가로의 길이를 x 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $x(32-x)=56$ ② $x(16-x)=28$

③ $x(32-x)=28$ ④ $x(16-x)=56$

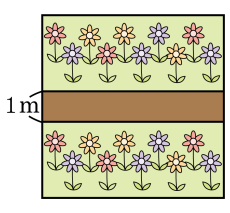
⑤ $x(32-x)=112$

해설

가로의 길이를 $x$cm 라 하면, 세로의 길이는 $(16-x)$cm 이다.

$\therefore x(16-x)=56$

15. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1 m 가 되는 길을 1 개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30 m^2 였다. 꽃밭의 가로의 길이는?



① 3 m ② 4 m ③ 5 m

④ 6 m ⑤ 7 m

해설

정사각형의 가로의 길이를 x m 라고 하면
(꽃밭의 넓이)= $x(x-1)$
$x(x-1)=30$
$\therefore\ x=6(\because x>0)$

16. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 해가 $x=2$ 또는 $x=-3$일 때, $a+b$의 값은?

① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2+ax+b=0$에
$x=2$를 대입하면 $4+2a+b=0$ $\cdots$㉠
$x=-3$을 대입하면 $9-3a+b=0$ $\cdots$㉡
㉠, ㉡를 연립하여 풀면 $a=1,\ b=-6$
$\therefore\ a+b=-5$

17. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$ 의 한 근이 a 일 때, $a+\frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 5

해설

$x=a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2+5a+1=0$ 에서 $a+5+\frac{1}{a}=0$

$\therefore\ a+\frac{1}{a}=-5$

18. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면
$ap^2 + bp = 7$
$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$

19. x 에 관한 이차방정식 $3mx^2 - 13mx - m + n = 0$ 의 한 근이 4 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{3}$

해설

주어진 식에 $x = 4$ 를 대입하면

$48m - 52m - m + n = 0$

$n - 5m = 0 \qquad \therefore \ n = 5m$

$3mx^2 - 13mx + 4m = 0$

$m\left(3x^2 - 13x + 4\right) = 0$

$(x - 4)(3x - 1) = 0$

$\therefore \ x = 4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

20. 이차방정식 $4x^2 - ax - 48 = 0$ 의 해가 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값과 그 때의 다른 한 근의 합을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$16 + 2a - 48 = 0$

$\therefore a = 16$

$4x^2 - 16x - 48 = 0$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x - 6)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 6,\ -2$

$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 16 + 6 = 22$

21. 두 이차방정식 $x^2+x-p=0$, $x^2-qx-8=0$의 공통인 근이 1일 때, $2p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$x^2+x-p=0$ 과 $x^2-qx-8=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면
$p=2,\ q=-7$
$\therefore\ 2p+q=-3$

22. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x-6)+9=0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x+14)$

해설

(완전제곱식)$= 0$의 꼴이어야 중근을 갖는다.
④ $x^2 = 1$이므로 $x = \pm 1$
따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

23. 이차방정식 $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 k의 값과 중근 a 의 값이 옳게 짝지어진 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k=-1$	㉡ $k=0$	㉢ $k=1$
㉣ $a=-1$	㉤ $a=0$	㉥ $a=1$

① ㉠, ㉥ ② ㉢, ㉥ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

중근을 가지려면, $x^2-2kx-3k^2+4=0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(-2k \times \frac{1}{2}\right)^2 = -3k^2 + 4$$

$k^2 = -3k^2 + 4$, $4k^2 = 4, k^2 = 1$

$\therefore k = \pm 1$

$k = \pm 1$ 을 주어진 방정식에 대입하면 $x^2 \pm 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x \pm 1)^2 = 0$

$\therefore x = \pm 1$

$\therefore$ $k = 1$ 일 때, 중근 $a = 1$ 또는 $k = -1$ 일 때, 중근 $a = -1$

24. 이차방정식 $x^2 - ax + 3a - 5 = 0$ 이 중근을 갖도록 a 의 값을 정하고, 이 때의 중근을 구하면? (단, $a > 2$)

① $a = 2$, $x = 1$
② $a = -2$, $x = -1$
③ $a = 10$, $x = 5$
④ $a = 10$, $x = -5$
⑤ $a = 10$, $x = -1$

해설

$x^2 - ax + 3a - 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$\left(\frac{-a}{2}\right)^2 = 3a - 5$

$a^2 - 12a + 20 = 0$

$(a - 10)(a - 2) = 0$

$a = 10 (\because a > 2)$

$x^2 - 10x + 3 \times 10 - 5 = 0$

$(x - 5)^2 = 0$

$\therefore x = 5$(중근)

25. 다음은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$ax^2+bx+c=0$
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
$x^2+\frac{b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①$
$(x+②)^2=③$
$x=④\pm⑤$

① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2-4ac}{2a}$
④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

해설

$ax^2+bx+c=0$ ← 양변을 a 로 나눈다.
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$ ← 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.
$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$
$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$
$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
∴ ③이 잘못되었다.

26. 이차방정식 $\frac{x(x-1)}{5} = \frac{(x+1)(x-3)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, $-2(\alpha-1)$ 의 값은?

① 5 ② 1 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -5 ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

양변에 15를 곱하면 $3x(x-1) = 5(x+1)(x-3)$ 이다.

$3x^2 - 3x = 5x^2 - 10x - 15$

$2x^2 - 7x - 15 = 0$

$(2x+3)(x-5) = 0$

$\therefore\ x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 5$

$\alpha = -\frac{3}{2}$ 이므로 $-2(\alpha-1) = -2\left(-\frac{3}{2} - 1\right) = 5$

27. 다음 식이 x 에 관한 일차식의 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{4x^2+3x+(k+1)}{12}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{16}$

해설

$\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{4}x+\frac{k+1}{12}=0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 12를 곱하면

$4x^2+3x+k+1=0$

$D=9-4\times4(k+1)=0$

$9-16k-16=0,\ 16k=-7$

$\therefore\ k=-\frac{7}{16}$

28. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$
$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$
$\therefore k > -\frac{7}{4}$
따라서 정수 k 의 최솟값은 -1 이다.

29. 이차방정식 $x^2 + 3x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $(m-n)^2$ 의 값은?

① -6 ② 0 ③ 3 ④ 18 ⑤ 21

해설

근과 계수의 관계로부터

$m + n = -3$, $mn = -3$

$(m-n)^2 = (m+n)^2 - 4mn = 9 + 12 = 21$

30. 이차방정식의 $x^2-5x+6=0$ 의 두 근이 α, β 일 때 $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $6x^2-5x-1=0$　　② $6x^2-5x+1=0$

③ $6x^2-5x+5=0$　　④ $6x^2-5x+2=0$

⑤ $6x^2+5x+1=0$

해설

$\alpha+\beta=5, \alpha\beta=6$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{5}{6}$

$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{6}$

$\therefore x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}=0$

$\therefore 6x^2-5x+1=0$

31. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 -3, 8 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 4, 6 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -2$

▷ 정답: $x = 12$

해설

$(x+3)(x-8) = x^2 - 5x - 24 = 0$
$(x-4)(x-6) = x^2 - 10x + 24 = 0$
상수항은 -24, 일차항의 계수는 -10 이므로
$x^2 - 10x - 24 = 0$
$(x-12)(x+2) = 0$
$\therefore\ x = 12$ 또는 $x = -2$

32. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근의 합을 a, 두 근의 곱을 b 라고 할 때, $x^2 - bx + a = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 5 + 3\sqrt{2}$

▷ 정답: $x = 5 - 3\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 7x + 10 = 0$
$(x-2)(x-5) = 0$
$\therefore\ x = 2$ 또는 $x = 5$
$a = 7,\ b = 10$
$x^2 - 10x + 7 = 0$
$x^2 - 10x + 25 = 18$
$(x-5)^2 = 18$
$\therefore\ x = 5 \pm 3\sqrt{2}$

33. 어떤 수를 제곱해야 할 것을 잘못하여 2배로 하였더니 제곱한 것보다 35가 작게 되었다.
원래의 수 중 양수인 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

구하는 수를 x라 하면
$2x = x^2 - 35$
$(x+5)(x-7) = 0$
$\therefore x = 7\ (\because x > 0)$

34. 야구 경기에서 어떤 선수가 공을 쳤다고 할 때, 공을 친 지 x초 후의 지면으로부터 공의 높이는 $(3 + 14x - 5x^2)$m 라고 한다. 공을 친 지 몇 초 후에 지면에 떨어지게 되는지 구하여라.

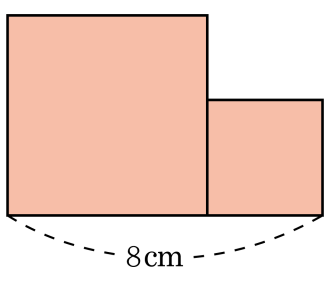
▶ 답 : 초

▷ 정답 : 3 초

해설

지면에 떨어지므로, 높이는 0m 이다.
$3 + 14x - 5x^2 = 0$ 에서
$5x^2 - 14x - 3 = 0$
$(x - 3)(5x + 1) = 0$
따라서 $x = 3$(초) 이다.

35. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분 위에 한 점을 잡아 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형의 넓이가 작은 정사각형의 넓이의 3 배일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?



① $4\sqrt{3}$cm ② $(8-2\sqrt{3})$cm ③ 5cm

④ $(12-4\sqrt{3})$cm ⑤ $(3+2\sqrt{2})$cm

해설

큰 정사각형의 한 변을 x cm, 작은 정사각형의 한 변을 $(8-x)$ cm 라고 하면,

$x^2 = 3(8-x)^2$

$x^2 = 3(64-16x+x^2)$, $x^2 - 24x + 96 = 0$

근의 공식(짝수공식)을 이용하여 풀면

$x = 12 \pm \sqrt{144-96} = 12 \pm 4\sqrt{3}$

$x < 8$이므로 $x = 12 - 4\sqrt{3}$

36. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 를 정리하면,

$(a-20)x^2+(2+4c)x+b-12=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-20=0,\ 2+4c=0,\ b-12=0$

$\therefore\ a=20,\ b=12,\ c=-\dfrac{1}{2}$

$abc=20\times12\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-120$

37. $x^2-3x+1=0$ 일 때, $x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2-3x+1=0$ 의 양변을 x 로 나누면

$x-3+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore\ x+\frac{1}{x}=3$

$x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=9-2+3=10$

38. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$x^2 - ax - 2x + 4 = 0,\ x^2 - (a+2)x + 4 = 0$

$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4,\ \frac{a+2}{2} = \pm 2$

$a + 2 = \pm 4$

$\therefore\ a = 2$ 또는 $a = -6$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 $2,\ -6$ 이므로

$4 + 2m + n = 0$

$-)\ 36 - 6m + n = 0$

$-32 + 8m = 0$

$\therefore\ m = 4,\ n = -12$

$\therefore\ m + n = 4 - 12 = -8$

39. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x-1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$ 이다.

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

40. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.

② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.

③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.

⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k,\ x-1 = \pm\sqrt{3-k}$

$\therefore\ x = 1 \pm \sqrt{3-k}$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

41. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+a^2+a-1=0$ 이 서로 다른 두 근 α,β 를 가질 때, $\alpha+\beta$ 의 범위는 $m<\alpha+\beta<n$ 이다.
$m+n$ 의 값은?

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
$\alpha+\beta=-a$, $\alpha\beta=a^2+a-1$
서로 다른 두 근을 가지므로
$a^2-4a^2-4a+4>0$
$(3a-2)(a+2)<0$
$-2<a<\frac{2}{3}$
그런데 $\alpha+\beta=-a$ 이므로
$-\frac{2}{3}<\alpha+\beta<2$
$\therefore m+n=\frac{4}{3}$

42. 이차방정식 $4x^2+8x+5=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2+bx+c=0$ 의 근은 $\alpha+\beta$, $\alpha^2+\beta^2$ 이다. 이 때, $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=\frac{5}{4}$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-2)^2-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$

$x^2+bx+c=0$ 의 근이 $-2,\ \frac{3}{2}$ 이므로

$-b=-2+\frac{3}{2},\ b=\frac{1}{2}$

$c=-2\times\frac{3}{2}=-3$

$\therefore\ b+c=\frac{1}{2}-3=-\frac{5}{2}$

43. x^2의 계수가 1인 이차방정식을 A, B두 사람이 푸는데, A는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3또는 8을 해로 얻었고, B는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x=-2$ 또는 $x=5$　② $x=-3$ 또는 $x=-5$

③ $x=-4$ 또는 $x=6$　④ $x=4$ 또는 $x=-6$

⑤ $x=3$ 또는 $x=-8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2+bx+c=0$이라 하자.
A는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
$c=(-3)\times 8=-24$
B는 상수항을 잘못 보았으므로
$-b=3+(-5)=-2$, $b=2$
따라서 처음 식은 $x^2+2x-24=0$, $(x-4)(x+6)=0$
$\therefore\ x=4$ 또는 $x=-6$

44. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 k, $k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$2x^2 + kx + 8 = 0$

① $x^2 - 11x + 24 = 0$ ② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$ ④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$, $k = \pm 8$

$k < 0$ 이므로 $k = -8$

-8, -3 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은

$x^2 + 11x + 24 = 0$

45. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 9이고, 일의 자리의 수의 2배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 99만큼 크다. 처음 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 243

해설

일의 자리, 십의 자리, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r라 하면,
p, q는 0이상 10미만의 정수이고
r은 1이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p+q+r=9 & \cdots ㉠ \\ 2p=q+r & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡에서 $p=3$
$(100r+10q+3)+99=100\times 3+10q+r$
$\therefore r=2,\ q=4$
따라서 구하는 수는 243이다.

46. 이차방정식 $x^2 - 4mx + 3m^2 + 4m - 9 = 0$ 은 서로 다른 두 근을 갖고, 서로 다른 두 근은 모두 정수이다. 이 때, m 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$x^2 - 4mx + 3m^2 + 4m - 9 = 0$,
$x = 2m \pm \sqrt{4m^2 - 3m^2 - 4m + 9}$
해가 정수이므로 근호 안은 제곱수가 된다.
따라서, $4m^2 - 3m^2 - 4m + 9 = k^2$ $(k > 0)$ 이라 두고 식을 정리하면
$m^2 - 4m + 9 - k^2 = 0$, $m^2 - 4m + 4 - k^2 + 5 = 0$,
$(m-2)^2 - k^2 = -5$, $(m-2-k)(m-2+k) = -5$,
$m-2-k = -1$, $m-2+k = 5$ 와 $m-2-k = -5$, $m-2+k = 1$ 의 두 가지 경우가 된다.
(k 가 양의 정수이므로 정수를 더한 경우가 더 크다.)
각각을 연립해서 풀면 $m = 4$, $m = 0$ 의 두 경우가 되고,
$m = 4$ 인 경우 준식에 대입하면 $x^2 - 16x + 55 = 0$, $(x-5)(x-11) = 0$ 이므로 $x = 5$, 11
$m = 0$ 인 경우 $x^2 - 9 = 0$ 이므로 $x = \pm 3$ 이 된다.
따라서 $4 + 0 = 4$ 이다.

47. 방정식 $x^2 - 5x + 5 = |x - 3|$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

▷ 정답: $x = 2 - \sqrt{2}$

해설

i) $x \geq 3$ 일 때
$x^2 - 6x + 8 = 0$
$(x - 2)(x - 4) = 0$
$\therefore\ x = 2$ 또는 $x = 4$
이때, $x \geq 3$ 이므로 $x = 4$
ii) $x < 3$ 일 때, $x^2 - 4x + 2 = 0$
$x = 2 \pm \sqrt{2}$
이때, $x < 3$ 이므로 $x = 2 - \sqrt{2}$
따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2 - \sqrt{2}$ 이다.

48. 정수 m, n 에 대하여 이차방정식 $(m+1)x^2+2x+n+3=0$ 이 중근을 가질 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$\frac{D}{4} = 1-(m+1)(n+3) = 0$
$mn+m+n+2=0$
$(m+1)(n+1) = -1$
$(m+1,\ n+1) = (1,\ -1),\ (-1,\ 1)$
$m = 0,\ -2$
따라서 m 의 최댓값은 0 이다.

49. 연속하는 세 개의 짝수가 있다. 모든 수의 제곱의 합을 p, 세 개의 수를 모두 더한 값을 q라 할 때, $p-q=44$ 이다. 이때, 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

연속하는 세 개의 정수를 $n-2,\ n,\ n+2$ (단, n 은 정수)라 하면
$(n-2)^2+n^2+(n+2)^2=3n^2+8=p$
$(n-2)+n+(n+2)=3n=q$
따라서 $p-q=3n^2-3n+8=44,\ 3n^2-3n-36=0, n^2-n-12=0 \quad \therefore\ n=4$
그러므로 가장 작은 수는 2 이다.

50. 밑면의 반지름의 길이가 7cm 이고 높이가 $h$cm 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 반지름의 길이를 조금 줄였더니 원기둥의 부피가 처음보다 64% 감소했을 때, 줄인 반지름의 길이는?

① 2.5cm ② 2.6cm ③ 2.7cm

④ 2.8cm ⑤ 2.9cm

해설

반지름의 줄인 길이를 $x$cm 라 하면
원래 원기둥의 부피는 $7^2\pi h$ cm
나중 원기둥의 부피는 $(7-x)^2\pi h$ cm
부피가 64% 감소했으므로
$(7-x)^2\pi h = 0.36 \times 7^2\pi h$
$(7-x)^2 = (0.6 \times 7)^2$
$x > 0$ 이므로 $7 - x = 4.2$
$\therefore x = 2.8$(cm)