

1. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x + a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x + 1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

2. 연산 $*$ 를 $a * b = ab + 2(a + b)$ 라 정의할 때, 다음 방정식의 두 근을 α, β 라 한다. 이때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은?

$$(3x * x) - (3 * x) + \{(-1) * 2\} = 0$$

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

연산 $*$ 의 정의에 따라서
 $3x * x = 3x \cdot x + 2(3x + x) = 3x^2 + 8x$, $3 * x = 3 \cdot x + 2(3 + x) = 5x + 6$,
 $-1 * 2 = (-1) \cdot 2 + 2(-1 + 2) = -2 + 2 = 0$
주어진 식은 $3x^2 + 8x - (5x + 6) + 0 = 0$
 $3x^2 + 3x - 6 = 0$ 에서 $3(x + 2)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 1 \quad \therefore |\alpha - \beta| = 3$

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2(m + a - 2)x + m^2 + a^2 - 3b = 0$ 이 m 에 관계없이 항상 중근을 가질 때, $a + 3b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$x^2 + 2 \cdot (m + a - 2)x + (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

중근을 가지려면 $\frac{D}{4} = 0$

$$(m + a - 2)^2 - 1 \cdot (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로
정리해서 m 으로 묶으면,

$$m \cdot (2a - 4) + (4 - 4a + 3b) = 0$$
$$a = 2, 3b = 4a - 4 = 4$$
$$\therefore a + 3b = 6$$

4. 방정식 $x^2+x+2=0$ 의 한 해근을 ω 라 할 때, $f(x)=ax^2+bx+12(a \neq 0)$ 에 대하여 $f(\omega)=3\omega$ 를 만족한다. 이 때, 실수 a, b 의 합은?

① 12 ② -12 ③ 15 ④ -15 ⑤ 18

해설

$x^2+x+2=0$ 의 한 해근이 ω 이므로
 $\omega^2+\omega+2=0 \quad \therefore \omega^2=-\omega-2$
 $f(\omega)=a\omega^2+b\omega+12=a(-\omega-2)+b\omega+12$
 $= (b-a)\omega+(12-2a)$
 $f(\omega)=3\omega$ 이므로
 $(b-a)\omega+(12-2a)=3\omega$
 $b-a=3, 12-2a=0 \quad (\because \omega \text{는 허수})$
 $\therefore a=6, b=9$

5. $2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1 \\ &= 2x^2 - (3y + 3)x + my^2 + y + 1 \\ &\text{이 두 일차식의 곱으로 인수분해되므로} \\ &D = (3y + 3)^2 - 8(my^2 + y + 1) \\ &= 9y^2 + 18y + 9 - 8my^2 - 8y - 8 \\ &= (9 - 8m)y^2 + 10y + 1 \\ &\text{여기서 } D/4 = 25 - (9 - 8m) = 0 \text{ 이어야 하므로} \\ &25 - 9 + 8m = 0 \\ &8m = -16 \\ &\therefore m = -2 \end{aligned}$$