

1. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

2. 연산 $*$ 를 $a * b = ab + 2(a + b)$ 라 정의할 때, 다음 방정식의 두 근을 α, β 라 한다. 이때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은?

$$(3x * x) - (3 * x) + \{(-1) * 2\} = 0$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

연산 $*$ 의 정의에 따라서

$$3x * x = 3x \cdot x + 2(3x + x) = 3x^2 + 8x, \quad 3 * x = 3 \cdot x + 2(3 + x) = 5x + 6,$$

$$-1 * 2 = (-1) \cdot 2 + 2(-1 + 2) = -2 + 2 = 0$$

$$\text{주어진 식은 } 3x^2 + 8x - (5x + 6) + 0 = 0$$

$$3x^2 + 3x - 6 = 0 \text{ 에서 } 3(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \quad \therefore |\alpha - \beta| = 3$$

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2(m + a - 2)x + m^2 + a^2 - 3b = 0$ 이 m 에 관계없이 항상 중근을 가질 때, $a + 3b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$x^2 + 2 \cdot (m + a - 2)x + (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

$$\text{중근을 가지려면 } \frac{D}{4} = 0$$

$$(m + a - 2)^2 - 1 \cdot (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

정리해서 m 으로 묶으면,

$$m \cdot (2a - 4) + (4 - 4a + 3b) = 0$$

$$a = 2, 3b = 4a - 4 = 4$$

$$\therefore a + 3b = 6$$

4. 방정식 $x^2 + x + 2 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $f(x) = ax^2 + bx + 12 (a \neq 0)$ 에 대하여 $f(\omega) = 3\omega$ 를 만족한다. 이 때, 실수 a, b 의 합은?

① 12

② -12

③ 15

④ -15

⑤ 18

해설

$x^2 + x + 2 = 0$ 의 한 허근이 ω 이므로

$$\omega^2 + \omega + 2 = 0 \quad \therefore \omega^2 = -\omega - 2$$

$$\begin{aligned} f(\omega) &= a\omega^2 + b\omega + 12 = a(-\omega - 2) + b\omega + 12 \\ &= (b - a)\omega + (12 - 2a) \end{aligned}$$

$f(\omega) = 3\omega$ 이므로

$$(b - a)\omega + (12 - 2a) = 3\omega$$

$$b - a = 3, \quad 12 - 2a = 0 \quad (\because \omega \text{는 허수})$$

$$\therefore a = 6, \quad b = 9$$

5. $2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 상수 m 의 값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 3

해설

$$2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1$$

$$= 2x^2 - (3y + 3)x + my^2 + y + 1$$

이 두 일차식의 곱으로 인수분해되므로

$$D = (3y + 3)^2 - 8(my^2 + y + 1)$$

$$= 9y^2 + 18y + 9 - 8my^2 - 8y - 8$$

$$= (9 - 8m)y^2 + 10y + 1$$

여기서 $D/4 = 25 - (9 - 8m) = 0$ 이어야 하므로

$$25 - 9 + 8m = 0$$

$$8m = -16$$

$$\therefore m = -2$$