

1. $\left(\frac{3}{2ab}\right)^3 \div \square \times \left(-\frac{2}{5}a^3b^2\right)^2 = \frac{3a}{5b^2}$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

① $\frac{10b}{3a^2}$

② $\frac{3ab}{5}$

③ $\frac{9a^2b^3}{10}$

④ $8ab^2$

⑤ $\frac{15a}{4b^2}$

해설

$$\begin{aligned}\square &= \left(\frac{3}{2ab}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{5}a^3b^2\right)^2 \times \frac{5b^2}{3a} \\ &= \frac{27}{8a^3b^3} \times \frac{4a^6b^4}{25} \times \frac{5b^2}{3a} = \frac{9a^2b^3}{10}\end{aligned}$$

2. $\frac{2x+y}{3} + \frac{x-2y}{2}$ 를 간단히 하면?

① $2x + 15y$

② $\frac{1}{6}x + \frac{5}{4}y$

③ $\frac{7}{6}x - \frac{2}{3}y$

④ $x + 4y$

⑤ $\frac{5}{4}x - \frac{1}{6}y$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2x+y}{3} + \frac{x-2y}{2} &= \frac{2(2x+y)}{6} + \frac{3(x-2y)}{6} \\ &= \frac{4x+2y}{6} + \frac{3x-6y}{6} \\ &= \frac{4x+2y+3x-6y}{6} \\ &= \frac{7x-4y}{6} \\ &= \frac{7}{6}x - \frac{2}{3}y\end{aligned}$$

3. $\frac{6x^2y - 8xy^2}{2xy} - \frac{6xy - 9y^2}{3y}$ 을 간단히 하면?

① $3x - 2y$

② $x - y$

③ $x - 7y$

④ $2x - 3y$

⑤ $x + 5y$

해설

$$(\text{준식}) = 3x - 4y - (2x - 3y) = x - y$$

4. $3x(x-5) + 4x(1-3x) = ax^2 + bx + c$ 일 때, abc 의 값은?

① 0

② -11

③ -20

④ 99

⑤ -99

해설

$$a = -9, b = -11, c = 0$$

$$\therefore abc = (-9) \times (-11) \times 0 = 0$$

5. $A = 2x - y$, $B = -x + 2y$ 일 때, $2A - 3B$ 를 계산한 식은?

① $x + 4y$

② $x - 8y$

③ $7x + 4y$

④ $7x - 8y$

⑤ $7x + 2y$

해설

$$2A - 3B = 2(2x - y) - 3(-x + 2y) = 7x - 8y$$

6. 비례식 $(x + y) : (x - y - 1) = 2 : 3$ 일 때, 이 식을 y 에 관해 풀면?

① $x = -8y + 1$

② $y = \frac{-x - 3}{11}$

③ $x = 2y + 1$

④ $y = \frac{-x - 2}{5}$

⑤ $x = -4y - 1$

해설

$$2(x - y - 1) = 3x + 3y$$

$$-5y = x + 2$$

$$\therefore y = \frac{-x - 2}{5}$$

7. $-1 < x \leq 3$, $A = 5 - 2x$ 일 때, 정수 A 의 개수는?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$-1 < x \leq 3, -2 < 2x \leq 6$$

$$-6 \leq -2x < 2$$

$$\therefore -1 \leq 5 - 2x < 7$$

따라서 정수 A 는 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 의 8개이다.

8. 다음 중 일차부등식을 모두 고르면?

① $3(1 - x) \leq 3x - 1$

② $2x - 5 \leq -5 - 2x$

③ $x^2 + 5x > 4x - x^2$

④ $x + 7 - 3x < 4 - 2x$

⑤ $2(x + 3) \geq 11 + 2x$

해설

③ 이차부등식

④ 일차부등식이 아니다.

⑤ 일차부등식이 아니다.

9. 어떤 자연수의 2 배에서 3 을 뺀 것에 3 배를 하여 2 를 더한 수가 5 이하 일 때, 어떤 자연수의 총 합을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

어떤 자연수를 x 라 하면

$$3(2x - 3) + 2 \leq 5$$

$$x \leq 2$$

따라서, 조건을 만족하는 자연수는 1, 2 이므로 총합은 $1 + 2 = 3$ 이다.

10. 300 원짜리 연필과 700 원 짜리 펜을 합하여 10 개를 사고, 그 값이 4000 원 이상 4500 원 이하가 되게 하려고 한다. 다음은 펜을 몇 개 살 수 있을지를 구하는 과정이다. 안의 값으로 옳지 않은 것은?

펜을 x 개 산다면 연필을 ① 개 살 수 있으므로

$$4000 \leq \text{ ②} \leq 4500$$

$$\therefore \text{ ③} \leq x \leq \text{ ④}$$

따라서, 살 수 있는 펜의 개수는 ⑤ 개 이다.

① $10 - x$

② $300(10 - x) + 700x$

③ 2.5

④ 3.75

⑤ 4

해설

펜을 x 개 산다면 연필을 $(10 - x)$ 개 살 수 있으므로

$$4000 \leq 300(10 - x) + 700x \leq 4500$$

$$\therefore 2.5 \leq x \leq 3.75$$

따라서, 살 수 있는 펜의 개수는 3 개다.

11. 순환소수 $1.0\dot{3}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 5

② 30

③ 50

④ 90

⑤ 99

해설

$$1.0\dot{3} = \frac{103 - 10}{90} = \frac{31}{30} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{ 는 } 30 \text{ 이다.}$$

12. $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 이다. $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

$$= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$$

$$x = 8, y = 4, z = 2$$

$$\therefore x + y + z = 8 + 4 + 2 = 14$$

13. $\frac{1}{4} < 0.\dot{x} < \frac{5}{6}$ 를 만족하는 자연수 x 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5 개

해설

$$0.\dot{x} = \frac{x}{9} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{4} < \frac{x}{9} < \frac{5}{6} \text{ 에서 분모를 통분하면}$$

$$\frac{9}{36} < \frac{4x}{36} < \frac{30}{36}$$

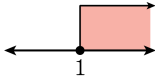
$$\therefore 9 < 4x < 30$$

$$\therefore \frac{9}{4} < x < \frac{30}{4}$$

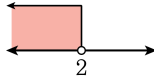
만족하는 자연수 x 는 3, 4, 5, 6, 7 의 5개이다.

14. 부등식 $-4x + 3 > -3x + 1$ 의 해의 집합을 수직선 상에 옳게 나타낸 것은?

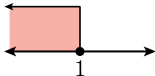
①



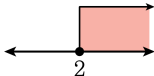
②



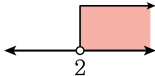
③



④



⑤



해설

주어진 부등식을 풀면 그 해는 $2 > x$ 이다.

15. 부등식 $\frac{3^x}{9} \leq 81$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

$$\frac{3^x}{9} \leq 81$$

$$3^x \leq 3^2 \times 3^4$$

$3^x \leq 3^6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6

16. 부등식 $ax < b$ 의 해가 $x > -3$ 이라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, $a \neq 0$, $b \neq 0$)

㉠ $a > b$

㉡ $a > 0$, $b < 0$

㉢ $a < 0$, $b > 0$

㉤ $3a + b = 0$

㉥ $-\frac{a}{b} < 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

$ax < b$ 의 해가 $x > -3$ 이므로 $a < 0$

양변을 a 로 나누면 $x > \frac{b}{a}$, $\frac{b}{a} = -3$, $b = -3a$

$\therefore 3a + b = 0$

$a < 0$ 이므로 $b > 0$

㉠. $a < b$

㉡. $a < 0$, $b > 0$

㉥. $-\frac{a}{b} > 0$

17. x 에 관한 부등식 $5 - \frac{ax+2}{4} > \frac{6+x}{3}$ 의 해가 $4(x-5) > 5x-23$ 의 해와 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$4(x-5) > 5x-23$$

$$4x-20 > 5x-23$$

$$-x > -3$$

$$x < 3$$

$$5 - \frac{ax+2}{4} > \frac{6+x}{3} \text{의 양변에 12를 곱하면}$$

$$60 - 3(ax+2) > 4(6+x)$$

$$60 - 3ax - 6 > 24 + 4x$$

$$4x + 3ax < 30$$

$$(3a+4)x < 30$$

$$\text{두 부등식의 해가 서로 같으므로 } 3a+4 > 0 \text{이고 해는 } x < \frac{30}{3a+4}$$

$$\frac{30}{3a+4} = 3$$

$$3a+4 = 10$$

$$\therefore a = 2$$

18. 700 원짜리 빵과 500 원짜리 우유를 합하여 6 개 사려고 하는데 4000 원을 넘기지 않고 사려고 한다. 최대를 살 수 있는 빵의 개수는 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

구하고자 하는 700 원짜리 빵의 개수를 x 라고 하면 500 원짜리 우유의 개수는 $6 - x$ 이다. 둘이 합쳐 4000 원을 넘지 말아야 함으로 이것을 식으로 표현하면, $700x + 500(6 - x) \leq 4000$ 이다. $700x + 500(6 - x) \leq 4000$ 을 풀어쓰면 $700x + 3000 - 500x \leq 4000$ 이고 x 에 대해 정리하면 $200x \leq 1000$ 임으로, $x \leq \frac{1000}{200} = 5$ 이다. 빵의 개수는 자연수어야 함으로 최대를 살 수 있는 700 원짜리 빵은 5 개이다.

19. 가게 주인이 5000 원짜리 물건을 사서 500 원의 운임을 주고 가져와 팔 때, 투자한 돈의 20% 이상의 이익을 얻으려면 원래 물건 가격보다 몇 % 이상 올려 받아야 하는가?

① 30%

② 31%

③ 32%

④ 33%

⑤ 34%

해설

$$\frac{100 + x}{100} \times 5000 \geq 1.2 \times 5500$$

$$100 + x \geq 132$$

$$x \geq 32$$

∴ 32% 이상

20. 민지는 10%의 설탕물 100g을 가지고 물을 더 넣어 5% 이하의 설탕물을 만들려고 한다. 얼마만큼의 물을 더 넣어줘야 하는지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 100g

해설

10%의 설탕물 100g에 들어있는 설탕의 양은 $\frac{10}{100} \times 100 = 10(\text{g})$

이다. 물을 $x\text{g}$ 더 넣어주면 설탕물의 양은 $(100+x)\text{g}$ 이다. 물을 더 넣어주어도 설탕의 양은 변화하지 않는다.

설탕물의 농도는 $\frac{10}{100+x} \times 100(\%)$ 이다. 설탕물의 농도는 5%

이하이므로

$$\frac{10}{100+x} \times 100 \leq 5$$

$$200 \leq 100 + x$$

$$x \geq 100$$

100g 이상의 물을 더 넣어주어야 한다.

21. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$

② $3 \div 18$

③ $11 \div 50$

④ $7 \div 4$

⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\cdots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

22. 분수 $\frac{53}{11}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 27 번째 자리의 숫자는?

① 2

② 4

③ 5

④ 7

⑤ 8

해설

$$\frac{53}{11} = 4.818181\dots$$

$27 \div 2 = 13 \dots 1$ 이므로 소수점 아래 27 번째 자리의 수는 8 이다

23. $x = 3.4\dot{5}\dot{2}$ 일 때, $10^3x - 10x$ 의 값은?

① 3413

② 3414

③ 3415

④ 3417

⑤ 3418

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 3452.5252\cdots \\ -) \quad 10x = \quad 34.5252\cdots \\ \hline 990x = 3418 \end{array}$$

따라서 $10^3x - 10x = 1000x - 10x = 990x = 3418$ 이다.

24. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

① 9

② 16

③ 24

④ 28

⑤ 31

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{24301}{99900} \text{ 이므로 } ab = 24 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 24301 = abcde - 24$$

$$abcde = 24301 + 24$$

$$\therefore abcde = 24325$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 16$$

25. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 2B$ 라 정의 하자. $A = x^2 - 4x + 2$, $B = x^2 + 3x - 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-3x^2 - 16x - 22$

② $-3x^2 - 16x + 22$

③ $2x^2 - 14x + 21$

④ $2x^2 - 15x + 22$

⑤ $3x^2 + 14x + 22$

해설

$$\begin{aligned}(A * B) * B &= (A - 2B) - 2B = A - 4B \text{ 이므로} \\ &= (x^2 - 4x + 2) - 4(x^2 + 3x - 5) \\ &= x^2 - 4x + 2 - 4x^2 - 12x + 20 \\ &= -3x^2 - 16x + 22\end{aligned}$$

26. $a > b$, $ac > bc$, $ac = 0$ 일 때, a , b , c 의 값 또는 부호를 구하면?

① $a > 0$, $b < 0$, $c = 0$

② $a < 0$, $b > 0$, $c = 0$

③ $a = 0$, $b > 0$, $c < 0$

④ $a = 0$, $b < 0$, $c > 0$

⑤ $a = 0$, $b < 0$, $c < 0$

해설

$ac = 0$ 이므로 $a = 0$ 또는 $c = 0$, 그런데 $ac > bc$ 이므로 $c \neq 0$,
 $a = 0$

$a > b$ 이므로 $b < 0$, $ac > bc$, $a = 0$ 이므로 $bc < 0$, 그런데 $b < 0$
이므로 $c > 0$

$\therefore a = 0$, $b < 0$, $c > 0$

27. $(4^2)^a = 256$ 일 때, 부등식 $3(x-2) < ax+1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

$$(4^2)^a = (2^4)^a = 2^{4a} = 256 = 2^8$$

$$4a = 8, a = 2$$

$$3(x-2) < 2x+1$$

$$3x-6 < 2x+1$$

$$\therefore x < 7$$

따라서 자연수 x 는 6 개이다.

28. 어떤 연극 공연장의 입장료는 어린이가 6000 원, 어른이 12000 원이고 어른이 30 명 이상일 때, 어른 요금의 20% 를 할인하여 준다. 어른의 수가 30 명 미만이면 어른과 어린이를 합하여 34 명이 입장하려고 할 때, 어른이 최소 몇 명이면 어른 30 명의 입장료를 내는 것이 유리한가?

① 21 명

② 22 명

③ 23 명

④ 24 명

⑤ 25 명

해설

어른 수를 x 라 하면,

$$12000x > 9600 \times 30$$

$$\therefore x > 24$$

$\therefore$ 25 명 이상

29. 다람쥐가 18m 높이의 나무를 오르려고 한다. 이 다람쥐는 1 시간 올라가면 2m 씩 내려가는 습관이 있다고 한다. 4 시간 이내에 나무를 오르려 할 때, 다람쥐는 1 시간에 적어도 몇 m 씩 올라가야 하는지 구하면?

① 3m

② 4m

③ 5m

④ 6m

⑤ 7m

해설

다람쥐가 1 시간에 올라가야 할 거리를 x 라 할 때

$$4x - 3 \times 2 \geq 18, \quad x \geq 6$$

다람쥐는 1 시간에 적어도 6m 이상 올라가야 한다.

30. 영희는 철수와의 약속 시간보다 1시간 먼저 도착하여 그 시간을 이용하여 평소 원하던 책을 사기위해 서점에 갔다. 약속 장소에서 서점까지는 시속 4km의 속력으로 가고 서점에서 약속 장소까지는 시속 2km의 속력으로 왔다고 한다. 책을 사는데 15분이 걸렸다면 약속 장소에서 서점까지의 거리는 몇 km 이내에 있어야 하는가?

- ① 1km ② 1.1km ③ 1.2km
④ 1.3km ⑤ 1.4km

해설

약속 장소에서 서점까지의 거리를 x 라 하면

$$\frac{x}{4} + \frac{15}{60} + \frac{x}{2} \geq 1$$

$$\therefore x \geq 1(\text{km})$$

따라서 1km 이내에 있어야 한다.

31. $\frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{1024}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= \frac{2^{-10}(2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10})}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= 2^{-10} = \frac{1}{1024} \end{aligned}$$

32. 서로 다른 두 개의 주사위를 던져서 나올 수 있는 경우의 수를 순서쌍 (a, b) 로 나타낼 때 $(a \times b)$ 의 값이 짝수가 되는 순서쌍에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 유한소수가 되는 수의 개수를 구하여라. (단 $a \neq b, a < b$)

▶ 답: 개

▷ 정답: 7 개

해설

$(a \times b)$ 의 값이 짝수가 되기 위해서는 a, b 중 적어도 하나는 짝수이어야 한다.

순서쌍을 구해 보면

$(1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)$

이 중 $\frac{a}{b}$ 의 값이 유한소수가 되는 것은 기약분수의 분모에 2 나 5 이외의 소인수가 없는 경우이므로

$(1, 2), (1, 4), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 6), (4, 5)$ 7가지 경우이다.

33. 분수 $\frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. 이때, $a - b$ 의 값은? (단, $2 < a < 10$)

- ① -11 ② -9 ③ -2 ④ 1 ⑤ 5

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되어야 하므로, a 의 값은 9가 된다.

이것을 기약분수로 고치면, $\frac{1}{2^2 \times 5}$ 이므로, b 의 값은 20이 된다.

$$\therefore a - b = 9 - 20 = -11$$

34. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분자를 잘못 보고 계산하여 $0.\dot{7}2$ 가 되었고 B 는 분모를 잘못 보고 계산하여 $0.78\dot{6}$ 이 되었다. 바르게 고친 답은?

① $5.\dot{3}2$

② $5.3\dot{3}$

③ $5.\dot{3}4$

④ $5.3\dot{5}$

⑤ $5.3\dot{6}$

해설

$$A : 0.\dot{7}2 = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$$

A 는 분모를, B 는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는 $\frac{59}{11}$ 이고, 순환소수로는 $5.3\dot{6}$ 이다.

35. 1 보다 작은 분수 $\frac{14}{a}$ 를 소수로 나타내면 소수 첫째 자리의 숫자가 3 이고 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$0.3 \leq \frac{14}{a} < 0.4$$

$$\frac{3}{10} \leq \frac{14}{a} < \frac{4}{10}$$

자연수 a 의 범위를 구하면 $35 < a \leq 46.\dot{6}$ 이다.

a 는 2 와 5 이외의 인수를 가지지 않으므로 40 이다.

36. 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{0.\dot{a}0\dot{b}}{0.\dot{b}0\dot{a}} = 1.2\dot{4}$ 일 때, $0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{11}$

해설

$$\frac{0.\dot{a}0\dot{b}}{0.\dot{b}0\dot{a}} = \frac{100a + b}{\frac{100b + a}{999}} = \frac{100a + b}{100b + a} = 1.2\dot{4} = \frac{112}{90} = \frac{56}{45}$$

$$\Rightarrow 45(100a + b) = 56(100b + a)$$

$$\Rightarrow 4a = 5b$$

a, b 는 한자리 정수이어야 하므로, $a = 5, b = 4$ 이다.

$$\therefore 0.\dot{5}\dot{4} - 0.\dot{4}\dot{5} = \frac{54}{99} - \frac{45}{99} = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$$

37. $0.\dot{2}\dot{8} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.02\dot{8} = b \times 0.00\dot{1}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$0.\dot{2}\dot{8} = \frac{28}{99} = 28 \times \frac{1}{99} = 28 \times 0.\dot{0}\dot{1}$$

$$\therefore a = 28$$

$$0.02\dot{8} = \frac{28 - 2}{900} = \frac{26}{900} = 26 \times \frac{1}{900} = 26 \times 0.00\dot{1}$$

$$\therefore b = 26$$

$$\therefore a - b = 28 - 26 = 2$$

38. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 무한소수는 유리수이다.
- ㉡ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 없다.
- ㉢ 무한소수 중에서 순환하지 않는 소수는 무리수이다.
- ㉣ 유한소수가 아닌 소수는 순환소수이다.
- ㉤ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉥ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 무한소수중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

㉡ $1 = \frac{9}{9} = 0.\dot{9}$ 이므로 정수를 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉣ 소수에는 유한소수와 무한소수가 있고, 무한소수에 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

㉤ 기약분수를 소수로 고치면, 유한소수나 순환소수가 된다.

39. $5^a \times 9 = 225$, $3 \times 2^b = 192$ 일 때, $a \times b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

225를 소인수분해하면 $3^2 \times 5^2$ 이므로

$3^2 \times 5^2 = 5^a \times 9 = 5^a \times 3^2$ 이다.

192를 소인수분해하면 3×2^6 이므로

$3 \times 2^6 = 3 \times 2^b$ 이다.

$\therefore a = 2, b = 6$

40. $3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$ 를 만족하는 a 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$$

$$3^2 \times (3^2)^2 = 3^3 \times 3^a$$

$$3^2 \times 3^4 = 3^6 = 3^{3+a}$$

$$\therefore a = 3$$

41. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5 \text{ 이므로 } 15 - 5n = 5$$

$$\therefore n = 2$$

42. $\left\{\left(-\frac{3}{16}a\right)^3 b^3\right\}^4 = \frac{3^w}{2^v} a^x \times b^y$ 일 때, v, w, x, y 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $v = 48$

▷ 정답 : $w = 12$

▷ 정답 : $x = 12$

▷ 정답 : $y = 12$

해설

$$\begin{aligned}\left\{\left(-\frac{3}{16}a\right)^3 b^3\right\}^4 &= \left(-\frac{3^3}{2^{12}}a^3 \times b^3\right)^4 \\ &= \frac{3^{12}}{2^{48}}a^{12}b^{12}\end{aligned}$$

43. 음이 아닌 수 a, b 에 대하여 $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다. $a + b + c = 4$ 일 때, $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $c \geq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + 2^{a+b} + 2^c$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a + b = 0$ 또는 $c = 0$ 일 때 성립)

$$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^4)$$

$$2^a + 2^b + 2^c \leq 18$$

따라서 최댓값은 18 ($a = 0, b = 0$ 또는 $b = 0, c = 0$ 또는 $c = 0, a = 0$ 일 때)

44. $2^{19} \times 5^{21}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{19} \times 5^{21} = 2^{19} \times 5^{19} \times 5^2 = 10^{19} \times 5^2 = 25 \times 10^{19}$$

따라서 21 자리의 수이므로 $n = 21$ 이다.

45. $81^{2x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{x+1}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{5}$

해설

$$(3^4)^{2x-4} = (3^{-2})^{x+1}$$

$$8x - 16 = -2x - 2$$

$$10x = 14$$

$$\therefore x = \frac{7}{5}$$

46. 자연수 n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & \frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} \\ &= \frac{(-1)^n(-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} \\ & \quad (-1)^n(-1)^{n+1} \text{ 은 } n \text{ 이 짝수, 홀수일 때 모두 } -1 \text{ 이다. 따라서} \\ & \frac{(-1)^n(-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} \\ &= \frac{(-1) \times x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} = -\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = 0 \end{aligned}$$

47. $-5y+4x-2$ 에서 어떤 식을 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $x-2y+3$ 이 되었다. 어떤 식이 $ax+by+c$ 이고, 바르게 계산한 답이 $dx+ey+f$ 일 때, $af-bd-ce$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c, d, e, f 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

어떤 식을 A 라고 하면

바르게 계산한 식은 $-5y + 4x - 2 - A$

잘못 계산된 식은

$$-5y + 4x - 2 + A = x - 2y + 3$$

$$A = x - 2y + 3 - 4x + 5y + 2$$

$$A = -3x + 3y + 5$$

$$-3x + 3y + 5 = ax + by + c \text{ 이므로}$$

$$a = -3, b = 3, c = 5$$

A 를 바르게 계산한 식에 대입하면

$$-5y + 4x - 2 - A$$

$$= -5y + 4x - 2 - (-3x + 3y + 5)$$

$$= 7x - 8y - 7$$

따라서 바르게 계산한 답이 $7x - 8y - 7 = dx + ey + f$ 이므로

$$d = 7, e = -8, f = -7$$

$$\therefore af - bd - ce = 21 - 21 - (-40) = 40$$

48. $4x + 11y + 17 = 9x + 10y + 15$ 일 때 $x - y + 2$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x + 1$

② $2x + 2$

③ $3x + 3$

④ $-4x + 4$

⑤ $5x + 5$

해설

$4x + 11y + 17 = 9x + 10y + 15$ 을 y 에 관하여 정리하면 $y = 5x - 2$ 이다.

$y = 5x - 2$ 를 $x - y + 2$ 에 대입하면 $x - (5x - 2) + 2 = -4x + 4$ 이다.

49. $xy + \frac{1}{z} = 1$, $yz + \frac{1}{x} = 2$ 일 때, $\frac{xyz^2 - xyz}{(1 - 2x)(2x - 1)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$xy + \frac{1}{z} = 1, \frac{xyz + 1}{z} = 1, xyz = z - 1 \dots \textcircled{㉠}$$

$$yz + \frac{1}{x} = 2, \frac{xyz + 1}{x} = 2, xyz = 2x - 1 \dots \textcircled{㉡}$$

$$\frac{xyz^2 - xyz}{(1 - 2x)(2x - 1)} = \frac{xyz(z - 1)}{-(2x - 1)^2}$$

에 식 ㉠, ㉡을 대입하여 풀면,

$$\frac{xyz(z - 1)}{-(2x - 1)^2} = \frac{xyz(xyz)}{-(xyz)^2} = -1$$

50. $a\%$ 의 소금물 200g 과 $b\%$ 의 소금물 300g 을 혼합하여 12% 의 소금물을 만들었다. b 는 a 보다 클 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하여라. (단, a, b 는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$\frac{a}{100} \times 200 + \frac{b}{100} \times 300 = \frac{12}{100} \times 500$$

$$2a + 3b = 60$$

a, b 가 모두 정수이므로 (a, b) 의 순서쌍
(3, 18), (6, 16), (9, 14), (12, 12), ... 이므로

조건에 맞는 a 의 최댓값은 9, 최솟값은 14 이다.

$$\therefore a + b = 9 + 14 = 23$$