

1. 다음 중 무리수가 아닌 것은?

① $1.313131\dots$

② $3.123123412345\dots$

③ π

④ $\sqrt{0.2}$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

① $1.313131\dots = 1.\dot{3}1$ (순환소수) 이므로 유리수이다.

2. $\sqrt{\frac{5}{49}} = a\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\sqrt{\frac{5}{49}} = \sqrt{\frac{5}{7^2}} = \frac{\sqrt{5}}{7} = a\sqrt{5}$$

3. $\frac{12\sqrt{a}}{\sqrt{12}}$ 의 분모를 유리화하였더니 $2\sqrt{6}$ 이 되었다. 이 때, 자연수 $\frac{1}{\sqrt{a}}$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

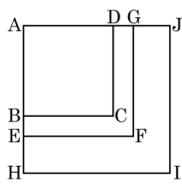
해설

$$\frac{12\sqrt{a}}{\sqrt{12}} = \frac{12\sqrt{a}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3a}}{6} = 2\sqrt{3a} = 2\sqrt{6}$$

$$3a = 6 \text{이므로 } a = 2$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

4. 다음 그림에서 $\square ABCD, \square AEF G, \square AHIJ$ 는 모두 정사각형이고, 그 넓이는 각각 12cm^2 , 18cm^2 , 32cm^2 이다. $\overline{AD} = a, \overline{DG} = b, \overline{GJ} = c$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하면?



- ① $(\sqrt{3} - \sqrt{2})\text{cm}$ ② $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})\text{cm}$
 ③ $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})\text{cm}$ ④ $4(\sqrt{3} - \sqrt{2})\text{cm}$
 ⑤ $(4\sqrt{3} - 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned}
 a^2 &= 12, \therefore a = 2\sqrt{3}\text{cm} \\
 (\overline{AG})^2 &= 18, \overline{AG} = 3\sqrt{2}\text{cm}, \\
 \therefore b &= (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})\text{cm} \\
 (\overline{AJ})^2 &= 32, \overline{AJ} = 4\sqrt{2}\text{cm}, \\
 \therefore c &= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}(\text{cm}) \\
 \therefore a - b + c &= 2\sqrt{3} - (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) + \sqrt{2} \\
 &= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}(\text{cm})
 \end{aligned}$$

5. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{20} = 4.472$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{0.2} = 0.1414$ ② $\sqrt{200} = 44.72$
③ $\sqrt{0.02} = 0.4472$ ④ $\sqrt{2000} = 447.2$
⑤ $\sqrt{20000} = 141.4$

해설

- ① $\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{20}{100}} = \frac{\sqrt{20}}{10} = \frac{4.472}{10} = 0.4472$
② $\sqrt{200} = 10\sqrt{2} = 10 \times 1.414 = 14.14$
③ $\sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{1.414}{10} = 0.1414$
④ $\sqrt{2000} = \sqrt{20 \times 10^2} = 10\sqrt{20} = 10 \times 4.472 = 44.72$
⑤ $\sqrt{20000} = \sqrt{2 \times 100^2} = 100\sqrt{2} = 100 \times 1.414 = 141.4$

6. $20x^2 + 22x + A = (4x + B)(Cx + 3)$ 일 때, ABC 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 40 ② 60 ③ 70 ④ 90 ⑤ 100

해설

$$(4x + B)(Cx + 3) = 4Cx^2 + (12 + BC)x + 3B$$

$$4C = 20, \therefore C = 5$$

$$12 + BC = 22, \therefore B = 2$$

$$A = 3B, \therefore A = 6$$

$$\therefore ABC = 60$$

7. 다음 세 식의 공통인 인수는?

$$2x^2 + x - 6, x^2 - 4, 3x^2 - 4x - 20$$

① $2x - 3$

② $x - 5$

③ $x + 2$

④ $x - 4$

⑤ $x - 2$

해설

$$2x^2 + x - 6 = (x + 2)(2x - 3)$$

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

$$3x^2 - 4x - 20 = (x + 2)(3x - 10)$$

따라서 공통인 인수는 $(x + 2)$ 이다.

8. 정사각형 모양의 땅의 넓이가 $16a^2 - 24a + 9$ 일 때, 한 변의 길이는?

① $3a + 5$

② $4a - 3$

③ $4a + 3$

④ $3a - 3$

⑤ $2a + 5$

해설

$16a^2 - 24a + 9 = (4a - 3)^2$
따라서 한 변의 길이는 $4a - 3$ 이다.

9. $(a+b)(a+b-3)+2$ 를 인수분해하면 $(a+b-m)(a+b-n)$ 일 때, $m+n$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$a+b=t$ 라 하면,
 $t(t-3)+2=t^2-3t+2$
 $= (t-1)(t-2)$
 $= (a+b-1)(a+b-2)$
따라서 $m+n=1+2=3$ 이다.

10. $x^2 - 2xy - 1 + y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x-y+1)(x-y-1)$ ② $(x+y+1)(x+y-1)$

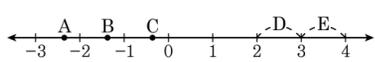
③ $(x-y+1)(x+y-1)$ ④ $(x-y-1)(x+y-1)$

⑤ $(x+y+1)(x-y-1)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy - 1 + y^2 &= (x^2 - 2xy + y^2) - 1 \\ &= (x-y)^2 - 1^2 \\ &= (x-y+1)(x-y-1)\end{aligned}$$

11. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳은 것은?



- ① $\sqrt{13} - 6$ 에 대응하는 점은 B 이다.
- ② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 세 개이다.
- ③ $-\sqrt{7} + 5$ 는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
- ④ $\sqrt{5} + 1$ 이 속하는 구간은 E 이다.
- ⑤ $\sqrt{2} - 1$ 은 $1 - \sqrt{2}$ 보다 왼쪽에 위치한다.

해설

- ① $\sqrt{13} - 6$ 에 대응하는 점은 A 이다.
- ② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 없다.
- ③ 무리수는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 없다.
- ⑤ $\sqrt{2} - 1$ 은 $1 - \sqrt{2}$ 보다 오른쪽에 위치한다.

12. $6\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{x}$ 일 때, 양의 유리수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 3$

해설

$$6\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{x}$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{24} \times \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{24}} = \sqrt{3}$$

$$\therefore x = 3$$

13. $\sqrt{99}\sqrt{715} = A\sqrt{65}$, $6\sqrt{5} = \sqrt{B}$ 일 때, $B - A$ 의 값을 구하면?

- ① 144 ② 145 ③ 146 ④ 147 ⑤ 148

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{99}\sqrt{715} &= \sqrt{3^2 \times 11} \sqrt{5 \times 11 \times 13} \\ &= \sqrt{3^2 \times 5 \times 11^2 \times 13} = 33\sqrt{65}\end{aligned}$$

$$\therefore A = 33$$

$$6\sqrt{5} = \sqrt{6^2 \times 5} = \sqrt{180}$$

$$\therefore B = 180$$

$$\therefore B - A = 180 - 33 = 147$$

14. $-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = n\sqrt{10}$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $n = -3$

해설

$$-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = -3\sqrt{30} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = -3\sqrt{10}$$

따라서 $n = -3$ 이다.

15. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$, $\sqrt{5} = c$, $\sqrt{7} = d$ 일 때, $\sqrt{420}$ 을 a , b , c , d 를 사용하여 나타내면?

① $abcd$

② a^2bc

③ abc^2d

④ a^2bcd

⑤ a^2bc^2d

해설

$$\sqrt{420} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times 7} = a^2bcd$$

16. $\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} &= \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{15}} \\ &= \frac{\sqrt{6^2 \times 30}}{\sqrt{3^2 \times 15}} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

18. $-3 < x < -2$ 일 때, $\sqrt{x^2+6x+9} - 2\sqrt{x^2+4x+4} + \sqrt{x^2}$ 을 구하면?

① $-2x-1$

② $2x+7$

③ -1

④ $4x+7$

⑤ $4x-1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x+3)^2} - 2\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{x^2} \\ &= |x+3| - 2|x+2| + |x| \\ &= x+3 - 2x-4 - x \\ &= 2x+7 \end{aligned}$$

19. 다음 수식의 $a+b+c+d+e$ 의 값은?

보기

- ㉠ $x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + a)$
- ㉡ $2x^2 - 4x - 16 = 2(x + b)(x + 2)$
- ㉢ $(x - c)(x + c) = x^2 - 16$ ($c > 0$)
- ㉣ $-3x^2 + 30x - 75 = -3(x + d)^2$
- ㉤ $3x^2 + 8x - 3 = (3x - 1)(x + e)$

- ① -18 ② -4 ③ 5 ④ 13 ⑤ 36

해설

- ㉠ $x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + 7) \therefore a = 7$
 - ㉡ $2x^2 - 4x - 16 = 2(x - 4)(x + 2) \therefore b = -4$
 - ㉢ $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16 \therefore c = 4$
 - ㉣ $-3x^2 + 30x - 75 = -3(x^2 - 10x + 25)$
 $= -3(x - 5)^2$
 $\therefore d = -5$
 - ㉤ $3x^2 + 8x - 3 = (3x - 1)(x + 3) \therefore e = 3$
- 따라서 $a = 7, b = -4, c = 4, d = -5, e = 3$ 이므로 $7 - 4 + 4 - 5 + 3 = 5$

20. 이차식을 인수분해하면 $x^2(y+4)^2 + 2x(y+4) - 8 = (xy+Ax+B)(xy+Cx+D)$ 일 때, $A+B+C+D$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$y+4=t$ 로 치환하면
 $x^2(y+4)^2 + 2x(y+4) - 8$
 $= x^2t^2 + 2xt - 8$
 $= (xt+4)(xt-2)$
 $= \{x(y+4)+4\} \{x(y+4)-2\}$
 $= (xy+4x+4)(xy+4x-2)$
따라서 $A=B=C=4$, $D=-2$ 이므로 $A+B+C+D=10$ 이다.

21. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\frac{49}{9}$	㉥ $\frac{81}{6}$

- ① ㉠, ㉡
 ② ㉡, ㉣
 ③ ㉡, ㉥
 ④ ㉠, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
 ㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
 ㉣ (1.6의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6은 제곱수가 아니다.)
 ㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

22. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

- ① 282 ② 285 ③ 288 ④ 291 ⑤ 294

해설

$$a = \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2$$
$$\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c = 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2}$$
$$= 288 + 3 = 291$$

23. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$5x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - 5x$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 15 - 5x} = \sqrt{15 - 3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15 - 3x} = \sqrt{9}$$

$$15 - 3x = 9$$

$$\therefore x = 2$$

24. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

- ① a ② a^3 ③ \sqrt{a} ④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

- ① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{8}$
③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$
④ 8
⑤ $\sqrt{2}$

25. $\sqrt{18}+3$ 과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a , $2\sqrt{7}$ 과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{18}+3 - (\sqrt{15}-2) = \sqrt{18}+3 - \sqrt{15}+2 > 0$$

$$\therefore \sqrt{18}+3 > \sqrt{15}-2$$

$$\textcircled{2} \quad 2\sqrt{7} - (3\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{7} - 3\sqrt{2}+1 = \sqrt{28} - \sqrt{18}+1 > 0$$

$$\therefore 2\sqrt{7} > 3\sqrt{2}-1$$

$$\therefore a = \sqrt{18}+3 = 3\sqrt{2}+3, b = 3\sqrt{2}-1$$

$$b-a = 3\sqrt{2}-1 - (3\sqrt{2}+3) = -4 \text{ 이다.}$$

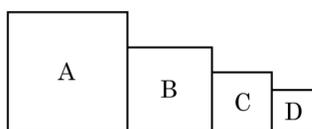
26. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

- ① 32 ② 23 ③ 11 ④ 9 ⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$
$$\sqrt{80} = \sqrt{57+x} \text{ 이므로 } x = 23 \text{ 이다.}$$

27. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 C는 D의 2배, B는 C의 2배, A는 B의 2배인 관계가 있다고 한다. A의 넓이가 2cm^2 일 때, D의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}\text{cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

D의 넓이는 A의 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이므로 $\frac{1}{4}$
따라서 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}$ 이다.

28. $\sqrt{20} + \sqrt{0.2} + \frac{4}{\sqrt{5}} = a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = b\sqrt{6}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{10\sqrt{5} + \sqrt{5} + 4\sqrt{5}}{5} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore a = 3$$

$$\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = \sqrt{\frac{25}{10} \times \frac{6}{5} \times 18} = 3\sqrt{6}$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a \times b = 9$$

29. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

30. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$$

- ① $a < b < c$ ② $b < a < c$ ③ $c < a < b$
④ $b < c < a$ ⑤ $a < c < b$

해설

- (1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

31. $\sqrt{(-4)^2}$ 의 음의 제곱근을 a , $12\sqrt{6\sqrt{576}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = -24$

해설

$$\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 = (\pm 2)^2$$

$$\therefore a = -2$$

$$12\sqrt{6\sqrt{576}} = 12\sqrt{6 \times 24}$$

$$= 12 \times 12$$

$$= 144$$

$$= (\pm 12)^2$$

$$\therefore b = 12$$

$$\therefore ab = (-2) \cdot 12 = -24$$

32. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

33. $a < 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10A = 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2} \\ &= |-3a| \times |a| \div |2a| \div |-5a| \\ &= (-3a) \times (-a) \div (-2a) \div (-5a) = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

따라서 $10A = 10 \times \frac{3}{10} = 3$ 이다.

34. $2 < x \leq 3$ 일 때,
 $A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2 < x \leq 3$ 에서 $-3x < 0, 2-x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2} \\ &= -(-3x) - 3(x-2) \\ &= 3x - 3x + 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

36. $\sqrt{59+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

59보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로
 $59 + a = 64, 81, 100, \dots$
 $\therefore a = 5, 22, 41, \dots$
따라서 가장 작은 자연수 $a = 5$, $b = \sqrt{59+5} = 8$ 이다.
 $\therefore a + b = 5 + 8 = 13$

37. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$	㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$
㉣ $-(\sqrt{-y})^2$	㉤ $-\sqrt{(y-3)^2}$	㉥ $\sqrt{(x-1)^2}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉤

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉥

▶ 정답: ㉠

해설

㉠ : $3-x, 4 < 3-x < 5$
 ㉡ : $x-3, -5 < x-3 < -4$
 ㉢ : $-y-1, 0 < -y-1 < 1$
 ㉣ : $y, -2 < y < -1$
 ㉤ : $y-3, -5 < y-3 < -4$
 ㉥ : $-x+1, 2 < -x+1 < 3$
 ㉡, ㉤ 에서 $x < y$ 이므로 $x-3 < y-3$

38. 부등식 $-\sqrt{\frac{5}{2}} < x \leq \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수가 모두 3개일 때, A 가 될 수 있는 자연수를 모두 더하여라.

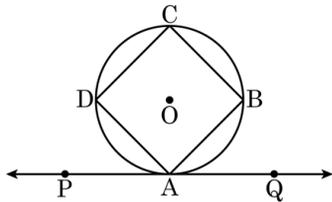
▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$-\sqrt{\frac{5}{2}} < x \leq \sqrt{A}$ 인 정수가 모두 3개가 되려면 $1 \leq \sqrt{A} < 2$
따라서 $1 \leq A < 4$ 이므로 $A = 1, 2, 3$ 이다.
 $\therefore 1 + 2 + 3 = 6$

40. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD와 선분 DB를 지름으로 하는 원 O에서 $AD = PA$, $AB = AQ$ 이고 원 O의 넓이는 18π 일 때, \overline{PQ} 를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 12π

해설

□ABCD의 대각선의 길이는 원의 지름에 해당하고 원의 넓이가 18π 이므로 대각선의 길이는 $6\sqrt{2}$ 이다. 따라서 □ABCD의 한 변의 길이는 6이 되고 선분 PQ의 길이는 12가 된다. 따라서 선분 PQ를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이는 $12 \times \pi = 12\pi$ 이다.

41. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

- ① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

42. $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3\sqrt{5}$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x 의 최댓값을 구하여라.
(단, $1 \leq y \leq 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3\sqrt{5} \text{에서 } \sqrt{x} = 3\sqrt{5} + \sqrt{y}$$

\sqrt{x} 와 \sqrt{y} 를 계산할 수 있어야 하므로

$\sqrt{y} = a\sqrt{5}$ 꼴이 되어야 한다. (단, a 는 자연수이다.)

$$1 \leq y \leq 100 \text{이고 } \sqrt{y} = a\sqrt{5} \text{ 이므로 } y = 5a^2$$

$1 \leq y \leq 100$ 이고 5의 배수이다.

$$a = 1 \text{일 때, } y = 5 \times 1^2 = 5 \therefore y = 5, x = 80$$

$$a = 2 \text{일 때, } y = 5 \times 2^2 = 20 \therefore y = 20, x = 125$$

$$a = 3 \text{일 때, } y = 5 \times 3^2 = 45 \therefore y = 45, x = 180$$

$$a = 4 \text{일 때, } y = 5 \times 4^2 = 80 \therefore y = 80, x = 245$$

따라서 순서쌍 (x, y) 에서 x 의 최댓값은 245이다.

43. 기호 $\langle x \rangle$ 를 x 에 가장 가까운 정수라고 하자. 이 때, $\langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \rangle$

$+ \langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \rangle$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\langle x \rangle$ 는 x 에 가장 가까운 정수이다.

$1 < \sqrt{2} < \sqrt{(1.5)^2} < 2$ 이므로 $\langle \sqrt{2} \rangle = 1$

(주어진 식)

$$= \left\langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \right\rangle$$

$$+ \left\langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \right\rangle$$

$$= \langle 2 - \sqrt{2} \rangle + \langle 2 + \sqrt{2} \rangle$$

$$= 1 + 3 = 4 \quad (\because 1 < \sqrt{2} < 1.5)$$

44. 다음 조건을 보고, $a - b$ 의 값을 구하여라.

(1) a 는 $4 - \sqrt{3}$ 의 정수부분이다.
(2) b 는 $2x + 7y = 15x - 8y$ 일 때, $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = -1$

해설

(1) $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3 \therefore a = 2$

(2) $2x + 7y = 15x - 8y$ 에서 $y = \frac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{\frac{x + \frac{13}{15}x}{x - \frac{13}{15}x}} = \sqrt{\frac{28x}{\frac{2x}{15}}} = \sqrt{14}$$

$3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3이다.

$\therefore b = 3$

따라서 $a - b = 2 - 3 = -1$ 이다.

45. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 a, b 의 값을 정할 때 $-a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-a + b = 21$

해설

$$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + cx + d)^2$$

$$= x^4 + 2cx^3 + (c^2 + 2d)x^2 + 2cdx + d^2$$

양변의 계수를 비교하면 된다.

$$\text{즉, } 4 = 2c, \quad -2 = c^2 + 2d, \quad a = 2cd, \quad b = d^2$$

$$\therefore c = 2, \quad d = -3, \quad a = -12, \quad b = 9$$

$$\therefore -a + b = 12 + 9 = 21$$

47. $x^2 - 20x + 84$ 가 17 의 배수일 때, 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 20x + 84 = (x - 6)(x - 14)$ 가 17 의 배수가 되려면
 $x - 6$ 또는 $x - 14$ 가 17 의 배수가 되어야 한다.
이때, 0 이 모든 수의 배수이므로 $x - 6 = 0$, $x - 14 = 0$ 일 때,
최솟값을 갖는다.
자연수 x 의 최솟값은
 $x - 6 = 0$ 일 때이므로 $x = 6$

48. 자연수 $10^4 - 1$ 의 약수의 개수는?

- ① 10 개 ② 12 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

$$\begin{aligned} 10^4 - 1 &= (10^2 + 1)(10^2 - 1) \\ &= (10^2 + 1)(10 + 1)(10 - 1) \\ &= 101 \times 11 \times 9 \\ &= 3^2 \times 11 \times 101 \end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는 $(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 12$ (개)

49. 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1$ 일 때, $a^4 + b^4 + (a+b)^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1 \text{ 에서}$$

$$\frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{1 - ab}{ab}, a^2 + b^2 + ab = 1$$

$$\therefore (a+b)^2 = 1 + ab$$

$$\begin{aligned} \therefore a^4 + b^4 + (a+b)^4 &= a^4 + b^4 + (1+ab)^2 \\ &= a^4 + b^4 + a^2b^2 + 2ab + 1 \\ &= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= (a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= a^2 + ab + b^2 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

50. 세 자연수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z + xy + yz + zx = 29 - xyz$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$x + y + z + xy + yz + zx = 29 - xyz$ 에서
 $xyz + x + y + z + xy + yz + zx = 29$
 $xy(z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + z = 29$
 $xy(z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + (z + 1) = 30$
 $(z + 1)(xy + x + y + 1) = 30$
 $(x + 1)(y + 1)(z + 1) = 30$
이때, x, y, z 는 자연수이고 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로
 $(x, y, z) = (1, 2, 4)$
 $\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 21$