

1. 식 $(5a^2 - 7a + 4) - (11a^2 + 2a - 3)$ 을 간단히 하면?

- ① $-6a^2 - 5a + 1$ ② $-6a^2 - 9a + 7$ ③ $-6a^2 + 9a + 1$
④ $16a^2 - 5a - 7$ ⑤ $16a^2 - 7a + 1$

해설

$$\begin{aligned} & (5a^2 - 7a + 4) - (11a^2 + 2a - 3) \\ &= 5a^2 - 7a + 4 - 11a^2 - 2a + 3 \\ &= -6a^2 - 9a + 7 \end{aligned}$$

2. 어떤 다항식에서 $3x+4y$ 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $7x+5y$ 가 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

① $-x+3y$

② $-3x+5y$

③ $-2x+7y$

④ $5x-2y$

⑤ $x-3y$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$A + (3x + 4y) = 7x + 5y$$

$$A = (7x + 5y) - (3x + 4y) = 4x + y$$

따라서 바르게 계산하면 $(4x + y) - (3x + 4y) = x - 3y$ 이다.

3. $(2x - y)(3x + 5y)$ 를 전개하면?

① $5x^2 - 3xy - 5y^2$

② $5x^2 + 10xy - 5y^2$

③ $6x^2 - 3xy - 5y^2$

④ $6x^2 + 7xy - 5y^2$

⑤ $6x^2 + 10xy - 5y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - y)(3x + 5y) \\ &= 6x^2 + 10xy + (-3xy) + (-5y^2) \\ &= 6x^2 + 7xy - 5y^2 \end{aligned}$$

4. $\square + \frac{4a^2 + 6ab}{2a} = \frac{-3b^2 - 6ab}{3b}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 알맞은 식을 구하면?

① $4a + 4b$

② $-4a + 4b$

③ $-4a - 4b$

④ $-2a - 2b$

⑤ $-2a + 2b$

해설

$$\square + \frac{4a^2 + 6ab}{2a} = \frac{-3b^2 - 6ab}{3b}$$

$$\square = \frac{-3b^2 - 6ab}{3b} - \frac{4a^2 + 6ab}{2a}$$

$$\square = \frac{-3b^2 - 6^2a}{3b} - \frac{4^2a^2 + 6^3ab}{2a}$$

$$\square = -b - 2a - 2a - 3b$$

$$\therefore \square = -4a - 4b$$

5. $a < b < c < 0$ 일 때, 다음 중에서 틀린 것은?

① $a - c < b - c$

② $\frac{1}{2}a < \frac{1}{2}c$

③ $-\frac{1}{4}a + 1 > -\frac{1}{4}c + 1$

④ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

⑤ $a - 3 < c - 3$

해설

부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호 방향은 바뀐다.

④ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

6. 부등식 $-2x \geq -x - a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 4개일 때, 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$-2x \geq -x - a$ 를 정리하면 $2x \leq x + a$, $x \leq a$
만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2, 3, 4뿐이어야 하므로 $4 \leq a < 5$
이 되어야 한다.

7. 어떤 자연수의 4 배에서 1 을 뺀 수는 그 수를 3 배하여 3 을 더한 수보다 크다. 이러한 조건을 만족시키는 자연수 중 제일 작은 자연수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

어떤 자연수를 x 라 하면

$$4x - 1 > 3x + 3$$

$$x > 4$$

범위를 만족하는 제일 작은 자연수는 5 이다.

8. 한 송이에 800 원인 백합을 200 원짜리 바구니에 담아 그 값이 10000 원 이하가 되게 하려고 한다. 이 때, 백합은 몇 송이까지 살 수 있는가?

① 8송이

② 9송이

③ 10송이

④ 11송이

⑤ 12송이

해설

백합을 x 송이 산다고 하면

$$800x + 200 \leq 10000$$

$$800x \leq 9800$$

$$\therefore x \leq \frac{49}{4}$$

따라서, 백합은 최대 12송이까지 살 수 있다.

9. 어느 휴대폰 요금제는 문자 50 개가 무료이고 50 개를 넘기면 1 개당 10 원의 요금이 부과된다. 문자요금이 1500 원을 넘지 않으려면 문자를 최대 몇 개까지 보낼 수 있는지 구하면?

- ① 200 개 ② 250 개 ③ 300 개
④ 350 개 ⑤ 400 개

해설

보낼 수 있는 문자의 수를 x 개라 하자.

$$10(x - 50) \leq 1500$$

$$\therefore x \leq 200$$

10. 태연, 유리, 수영의 한 달 평균 이동전화 사용 시간이 각각 190 분, 210 분, 240 분 일 때, A 요금제를 선택하는 것이 유리한 사람끼리 짝지어진 것은?

	A	B
기본요금(원)	21000	14000
1분당 전화요금(원)	140	175

- ① 수영

② 태연, 수영
- ③ 유리, 수영

④ 태연, 유리
- ⑤ 태연, 유리, 수영

해설

한 달 동안 x 분 사용한다고 하고, A 요금제를 선택하는 것이 유리하다면
 $175x + 14000 > 21000 + 140x$
 $35x > 7000$
 $x > 200$
즉, 한 달 평균 이동전화 사용시간이 200 분을 초과하는 유리, 수영이가 A 요금제를 선택하는 것이 유리하다.

11. $3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 모두 4 개일 때, A 의 최솟값을 구하여라. (단, A 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

각 항의 지수를 통일하면

$$3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$$

$$(3^2)^{1000} \leq (n^2)^{1000} \leq A^{1000}$$

따라서 $3^2 \leq n^2 \leq A$ 를 만족하는 자연수 n 의 값이 4 개이므로

순서대로 $n = 3, 4, 5, 6$ 이다.

$\therefore 6^2 \leq A < 7^2$ 에서 A 의 최솟값은 36

12. 안에 알맞은 식을 구하면? (단, > 0)

$$(2a^4b^2)^3 \div (\text{})^2 = 2a^2b \times a^8b$$

- ① ab ② a^2b ③ $2a^2b$ ④ $2ab^2$ ⑤ ab^2

해설

$$(\text{})^2 = 8a^{12}b^6 \div 2a^{10}b^2 = 4a^2b^4$$

$$(\text{})^2 = (2ab^2)^2$$

$$\therefore \text{} = 2ab^2$$

13. ‘무게가 3kg 인 물건 x 개를 500g 인 바구니에 담아 전체 무게를 재었더니 15kg 를 넘지 않았다.’를 부등식으로 나타내면?

① $3x + 500 < 15$

② $3\left(x + \frac{1}{2}\right) < 15$

③ $3x + \frac{1}{2} < 15$

④ $3x + 500 < 15000$

⑤ $3x + \frac{1}{2} \leq 15$

해설

전체 무게는 $\left(3x + \frac{1}{2}\right)$ kg

$\therefore 3x + \frac{1}{2} \leq 15$

14. x 가 $-2 \leq x \leq 4$ 인 정수일 때, $2x - \frac{3}{2} > 0$ 을 참이 되게 하는 x 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$x = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 이고

$2x - \frac{3}{2} > 0$ 에 대입했을 때 참이 되는 x 값은 1, 2, 3, 4이다.

따라서 4개이다.

15. 일차부등식 $3x - a \geq 5x$ 의 해가 $x \leq 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$3x - a \geq 5x$$

$$-2x \geq a$$

$$\therefore x \leq -\frac{a}{2}$$

$$-\frac{a}{2} = 5$$

$$\therefore a = -10$$

16. 다음 두 부등식의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$3 > -7x + 17, \quad 2x - 3a < 6x - 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$3 > -7x + 17$ 에서 $x > 2$
 $2x - 3a < 6x - 2$ 에서 $x > \frac{3a - 2}{-4}$
두 부등식의 해가 서로 같으므로
 $2 = \frac{3a - 2}{-4}$
 $\therefore a = -2$

17. 600 원 짜리 A 라면과 450 원 짜리 B 라면을 합하여 9 개를 사고, 그 값이 4500 원 이상 5000 원 미만이 되게 하려고 한다. 봉투값으로 20 원이 들었다면 A 라면은 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

A 라면을 x 개 샀으면 B 라면은 $(9 - x)$ 개를 샀다.

$$4500 \leq 600x + 450(9 - x) + 20 < 5000$$

$$450 \leq 15x + 407 < 500$$

$$43 \leq 15x < 93$$

$$\frac{43}{15} \leq x < \frac{93}{15}$$

따라서, A 라면은 최대 6 개까지 살 수 있다.

18. 사다리꼴의 윗변의 길이와 아랫변의 길이는 각각 30cm, 20cm, 높이는 $(x + 10)$ cm 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 1500cm^2 이상이 되게 하려고 한다. x 의 값의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

(사다리꼴의 넓이) =
 $\frac{1}{2} \times \{(\text{밑변의 길이}) + (\text{윗변의 길이})\} \times (\text{높이})$
 $\frac{1}{2} \times (30 + 20) \times (x + 10) \geq 1500$
 $25(x + 10) \geq 1500$
 $x + 10 \geq 60$
 $x \geq 50$
 x 의 최솟값은 50 이 된다.

19. 선종이는 평양행 기차를 기다리는 중이다. 역에서 기차를 기다리는 데 20분의 여유가 있어서 과자를 사오려고 한다. 시속 5km로 걸어가서 5분 동안 과자를 사고, 시속 3km로 돌아온다면 역에서 몇 km 이내의 상점까지 갔다 올 수 있는지 구하여라.

▶ 답: km

▶ 정답 : $\frac{15}{32}\text{km}$

해설

역에서 서점까지의 거리를 x km 라고 하면

$$\frac{x}{5} + \frac{5}{60} + \frac{x}{3} \leq \frac{20}{60}$$

$$12x + 5 + 20x \leq 20$$

$$x \leq \frac{15}{32}$$

따라서 역에서 $\frac{15}{32}$ km 이내의 서점까지 갔다 올 수 있다.

20. 6%의 설탕물 200g이 있다. 여기에 설탕을 넣어서 농도가 20% 이상의 설탕물을 만들려고 한다. 이 때, 설탕은 최소 몇 g 이상 넣어야 하는가?

① 25 g ② 30 g ③ 35 g ④ 40 g ⑤ 45 g

해설

넣어야 할 설탕의 양을 x g이라 하면

$$\frac{6}{100} \times 200 + x \geq \frac{20}{100}(200 + x)$$

$$1200 + 100x \geq 4000 + 20x$$

$$80x \geq 2800$$

$$\therefore x \geq 35$$

21. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

22. $\frac{4567}{9900} = 0.\overline{abcd}$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, 2, \dots, 9$ 어느 한 수를 나타낸다.
이때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4567}{9900} = 0.46\overline{13}$$
$$a = 4, b = 6, c = 1, d = 3$$
$$\therefore a + b + c + d = 14$$

23. $x = \frac{5}{13}$ 일 때, $10^6x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 384615

해설

$$x = \frac{5}{13} = 0.384615384615 \dots \text{이고}$$

$$10^6x = 384615.384615 \dots \text{이므로}$$

$$10^6x - x = 384615 \text{이다.}$$

24. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

25. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $8^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = -5^8$

㉢ $27^8 = 3^{11}$

㉣ $64^5 = 2^{30}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$

㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$

㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

26. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$$

2, y , $x - 6$ 이 모두 짝수이므로

$$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4,$$

$$(-2)^y = 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.}$$

$$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$$

$$4 - y = x - 6$$

$$\therefore x + y = 10$$

27. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

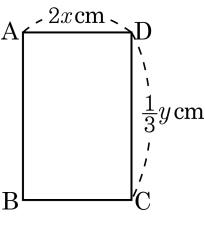
해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2x\text{ cm}$, $\overline{CD} = \frac{1}{3}y\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. $\overline{AD}$ 를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피는 $\overline{CD}$ 를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



- ① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배 ④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.
 (원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로
 $\overline{AD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

$\overline{CD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2y$$

$$\therefore \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2y} = \frac{y}{6x} \text{ (배)}$$

29. 두 순서쌍 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1y_1 + x_1y_2 + y_1x_2 + x_2y_2$ 로 정의한다. 이때, $(x, -2y) \times (2x, 5y)$ 를 간단히 하면?

- ① xy ② $3xy$ ③ $5xy$ ④ $7xy$ ⑤ $9xy$

해설

$$\begin{aligned} & x \times (-2y) + x \times 5y + 2x \times (-2y) + 2x \times 5y \\ &= -2xy + 5xy - 4xy + 10xy \\ &= 9xy \end{aligned}$$

30. $3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \boxed{})\} = -7x - 6y$ 일 때, $\boxed{}$ 안에
알맞은 식은?

① $-2x - y$

② $-2x + y$

③ $x + y$

④ $x + 2y$

⑤ $3x + 3y$

해설

$$\begin{aligned} & 3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \boxed{})\} \\ &= 3x - 2 (x + 2y - y + 3x + \boxed{}) \\ &= 3x - 2x - 4y + 2y - 6x - 2\boxed{} \\ &= -5x - 2y - 2\boxed{} \\ &= -7x - 6y \\ \therefore \boxed{} &= x + 2y \end{aligned}$$

31. 자연수 a, b 에 대하여 $(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?

- ① $-\frac{8y}{x^2}$
- ② $\frac{8y}{x^2}$
- ③ $-\frac{8y}{x}$
- ④ $-\frac{y}{x^2}$
- ⑤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 에서 $a = 3, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^b y^2\right)^a \times (xy)^b \\ &= \left(-\frac{1}{2}x^2 y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4 y^2\right)^3 \times (xy)^4 \\ &= \frac{x^6 y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12} y^6} \times \frac{x^4 y^4}{1} \\ &= -\frac{8y}{x^2} \end{aligned}$$

32. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a, b, c 에
관하여 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$
- ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$
- ③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$
- ④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$
- ⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$x^2y^2z^2 = abc$ 이고

$x^2 = \frac{abc}{y^2z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$

$y^2 = \frac{abc}{x^2z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$

$z^2 = \frac{abc}{x^2y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$

$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$

33. $2x + 7 \leq 5x + 1$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 작은 정수를 a ,
 $0.3x - 3 > 0.7x + 1.4$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수를 b
라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 17

해설

$$2x + 7 \leq 5x + 1, -3x \leq -6, x \geq 2$$

$$\therefore a = 2$$

$$0.3x - 3 > 0.7x + 1.4, 3x - 30 > 7x + 14, -4x > 44, x < -11$$

$$\therefore b = -12$$

$$\therefore a - b = 14$$

34. $m - 1 < 1$ 일 때, 일차부등식 $5mx - 2m \leq 10x - 4$ 의 해는?

- ① $x \leq \frac{1}{5}$ ② $x \leq \frac{2}{5}$ ③ $x \geq \frac{2}{5}$ ④ $x \geq \frac{3}{5}$ ⑤ $x \geq \frac{4}{5}$

해설

$$m - 1 < 1 \text{ 에서 } m - 2 < 0$$

$$5mx - 2m \leq 10x - 4$$

$$5(m - 2)x \leq 2(m - 2)$$

$$\therefore x \geq \frac{2}{5} \text{ (} \because m - 2 < 0 \text{)}$$

35. 40 개가 들어 있는 사과를 상자 당 35000 원에 5 상자를 사고, 운반비로 25000 원을 지불하였다. 그런데 한 상자에 4 개 꼴로 썩은 것이 있어 팔 수 없었다. 사과 1 개에 원가의 약 몇 % 이상의 이익을 붙여서 팔아야 전체 들어간 금액의 10% 이상의 이익이 생기는가?
- ① 16% 이상 ② 18% 이상 ③ 20% 이상
④ 22% 이상 ⑤ 23% 이상

해설

사과 1 개의 원가 $\frac{35000 \times 5 + 25000}{5 \times 40} = \frac{200000}{200} = 1000$ (원)
이고, 팔 수 있는 사과는 $200 - 20 = 180$ (개) 이므로
 $x\%$ 의 이익을 붙여서 판다고 하면
 $1000 \times 180(1 + \frac{x}{100}) \geq 200000 \times 1.1$
 $\therefore x \geq 22. \times \times$
따라서 23% 이상의 이익을 붙여야 한다.

36. 자연수 x 에 대하여 $\frac{7x}{60}$ 은 유한소수이고, $7x \leq 100$ 이다. 이것을 만족하는 x 들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\frac{7x}{60} = \frac{7x}{2^2 \times 3 \times 5}$ 이므로 x 는 3 의 배수이어야 한다.

분자인 $7x$ 는 100 이하의 자연수이므로

조건에 맞는 x 값은 3, 6, 9, 12 이다.

따라서 x 값들의 합은 30 이다.

37. 분수 $\frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약 분수로 나타내면 $\frac{9}{y}$ 이다. x 가 100 이하의 자연수일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

기약분수로 나타냈을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수가 된다.

$$\frac{x}{180} = \frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}, x \text{는 } 9 \text{의 배수이어야 한다.}$$

유한소수이면서 기약분수의 분자가 9가 되는

$$x = 3^2 \times 9 = 81$$

$$\frac{3^2 \times 9}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{2^2 \times 5} \text{ 이므로 } y = 20$$

$$\therefore x - y = 81 - 20 = 61$$

38. 자연수 n 에 대하여 a_n 을 2^n 의 일의 자리의 숫자라고 정의하고, b_n 을 3^n 의 일의 자리의 숫자라고 정의할 때, 소수 $0.a_1b_1a_2b_2a_3b_3\cdots a_nb_n\cdots$ 의 순환마디의 각 자리수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

a_n 에서

$$a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 6(\because 2^4 = 16),$$

$$a_5 = 2(\because 2^5 = 32), a_6 = 4(\because 2^6 = 64), a_7 = 8(\because 2^7 = 128), a_8 = 6(\because 2^8 = 256) \cdots$$

b_n 에서

$$b_1 = 3, b_2 = 9, b_3 = 7(\because 3^3 = 27), b_4 = 1(\because 3^4 = 81),$$

$$b_5 = 3(\because 3^5 = 243), b_6 = 9(\because 3^6 = 729), b_7 = 7(\because 3^7 = 2187), b_8 = 1(\because 3^8 = 6561) \cdots$$

$$\text{따라서 주어진 소수 } 0.a_1b_1a_2b_2a_3b_3\cdots a_nb_n\cdots = 0.2349876123498761\cdots = 0.\dot{2}349876\dot{1}$$

$$\therefore \text{순환마디 각 자리수의 합} = 2 + 3 + 4 + 9 + 8 + 7 + 6 + 1 = 40$$

39. 4 개의 숫자 1, 2, 3, 4 를 한 번씩 사용하여 $\frac{abcd}{9999}$ 를 만든다고 한다.
만들 수 있는 모든 수를 각각 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\frac{abcd}{9999} = 0.\dot{a}bcd\dot{}$ 에서

소수점 아래 둘째 자리의 숫자 b 가 1 일 경우

나머지 a, c, d 의 자리에 1 을 제외한 3 개의 수(2, 3, 4) 를
일렬로 배열한 것만큼 1 이 있다.

$\therefore 3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

b 의 자리에 2, 3, 4 일 경우도 마찬가지로 각각 6 가지씩 있으
므로

총 $(1 + 2 + 3 + 4) \times 6 = 60$ 이다.

따라서 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합은 60 이다.

40. 7의 배수가 아닌 자연수 k 에 대하여 $\frac{k}{7}$ 를 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 n 번째 자리의 숫자를 $f(n)$ 이라 정의한다. 임의의 k ($k \geq 4$)에 대하여 $\frac{f(k+3)f(2k)}{f(2k+6)f(k-3)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{4}{7} = 0.\dot{5}7142\dot{8}$, $\frac{5}{7} = 0.\dot{7}1428\dot{5}$, $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$, ... 와 같이

7의 배수가 아닌 k 에 대하여 $\frac{k}{7}$ 는 소수점 아래 첫째 자리부터

여섯째 자리까지를 순환마디로 하는 순환소수이다.

따라서

$$f(k+3) = f(k-3), f(2k) = f(2k+6)$$

$$\therefore \frac{f(k+3)f(2k)}{f(2k+6)f(k-3)} = \frac{f(k+3)}{f(k-3)} \times \frac{f(2k)}{f(2k+6)} = 1 \times 1 = 1$$

41. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b, c, d 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b} = 0.cd\dot{}$ 일

때, a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라.(단, $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 6$

▷ 정답 : $c = 8$

▷ 정답 : $d = 3$

해설

$0.cd\dot{}$ 를 분수로 고치면 분모가 90 이므로 b 는 90 의 약수 중 한 자리인 2, 3, 5, 6, 9 이다.

그런데 $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니므로 2, 5 는 만족하지 않는다.

또한 분모가 3, 9 이면 $0.\dot{x}$ 의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.

$\therefore b = 6$

$\frac{a}{b} = 0.cd\dot{} < 1$ 이므로 $a < b$

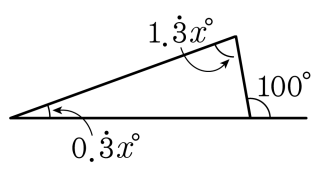
$b = 6$ 일 때, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 이고, a 와 b 는 서로소이어야 하므로 $a = 1, 5$ 이다.

$a = 1$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.cd\dot{}$ 에서 $a = c, b = d$ 이므로 성립하지 않는다.

$a = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.cd\dot{}$ 에서 a, b, c, d 는 모두 다른 수이므로 성립한다.

따라서 $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$ 이다.

42. 다음 삼각형에서 x 의 값은?



- ① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

해설

삼각형의 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $0.3x^\circ + 1.3x^\circ = 100^\circ$ 가 된다.

$$0.3x + 1.3x = \frac{3}{9}x^\circ + \frac{12}{9}x^\circ = 100^\circ$$

$$\frac{15}{9}x^\circ = 100, 15x^\circ = 900^\circ$$

$$\therefore x = 60$$

43. $a < b < c < 9$ 인 자연수 a, b, c 에 대하여 $0.\dot{a} \times k = 0.0\dot{b}$, $0.0\dot{b} \times k = 0.00\dot{c}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

해설

$$k = \frac{b}{90} \div \frac{a}{9} = \frac{b}{10a}, k = \frac{c}{900} \div \frac{b}{90} = \frac{c}{10b} \text{ 이므로 } k = \frac{b}{10a} = \frac{c}{10b}$$

이다.

$$\therefore b^2 = ac$$

$0 < a < b < c < 9$ 인 정수이므로, $a = 1, b = 2, c = 4$

$$\therefore 0.\dot{a} = \frac{1}{9}, 0.0\dot{b} = \frac{2}{90}, 0.00\dot{c} = \frac{4}{900}$$

$$\text{따라서 } k = \frac{b}{10a} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ 이다.}$$

44. 정수, 자연수, 유한소수, 무한소수, 순환소수에 대하여, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ☐ ㉠ 정수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
- ☐ ㉡ 자연수와 순환소수의 곱은 순환소수이다.
- ☐ ㉢ 무한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ☐ ㉣ 자연수와 유한소수의 합은 순환소수이다.
- ☐ ㉤ 유한소수와 무한소수의 합은 유한소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

- ㉢ 무한소수와 순환소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.
- ㉣ 자연수와 유한소수의 합은 유한소수이다.
- ㉤ 유한소수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.

45. $(x^a y^b z^c)^n = x^{28} y^{42} z^{70}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $a + 2b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28 \ 42 \ 70} \\ 7 \overline{) 14 \ 21 \ 35} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

28 , 42 , 70 의 최대공약수가 14 이므로 $n = 14$ 이다.

$$x^{28} y^{42} z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$$

$$a = 2, \ b = 3, \ c = 5$$

$$\therefore a + 2b - c = 2 + 6 - 5 = 3$$

46. $20^a = 4$, $20^b = 3$ 일 때, $5^{\frac{a+b}{1-a}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$5 = \frac{20}{4} = \frac{20}{20^a} = 20^{1-a}$$

$$5^{\frac{a+b}{1-a}} = (20^{1-a})^{\frac{a+b}{1-a}} = 20^{a+b} = 20^a \times 20^b = 4 \times 3 = 12$$

47. $\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2$ 의 값을 2 의 거듭제곱으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2^8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2 &= \left(\frac{(2^4)^4 + (2^2)^{11}}{(2^3)^4 + (2^2)^9}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16} + 2^{22}}{2^{12} + 2^{18}}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16}(1 + 2^6)}{2^{12}(1 + 2^6)}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16}}{2^{12}}\right)^2 \\&= (2^4)^2 = 2^8\end{aligned}$$

48. $58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

58 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 8 의 거듭제곱의 일의

자리의 숫자와 같으므로, 8, 4, 2, 6 이 반복된다.

따라서 58^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 8

35 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 5 의 거듭제곱의 일의

자리의 숫자와 같으므로

35^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 5

$\therefore 58^{2009} \times 35^{2009}$ 의 일의 자리의 숫자는 8×5 의 일의 자리의
숫자인 0이다.

49. $A = x^2 - 2x + 5$, $B = 2x^2 + x - 3$ 일 때, $5A - (2A + B)$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $2x^2 - 5x + 8$

② $-3x^2 - 7x - 5$

③ $x^2 + 6x + 9$

④ $-x^2 + 10x - 22$

⑤ $x^2 - 7x + 18$

해설

(준식) $= 3A - B$

A, B 의 값을 대입하면

$3(x^2 - 2x + 5) - (2x^2 + x - 3) = x^2 - 7x + 18$

50. $-2 \leq a \leq 2, -2 \leq b \leq 2$ 일 때, $\frac{1-2a}{3-b}$ 의 범위를 구하면 $p \leq \frac{1-2a}{3-b} \leq q$ 라 할때, $p-q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

(1) 단계

$-2 \leq a \leq 2$ 에서

각 변에 -2 를 곱하면 $-4 \leq -2a \leq 4$

각 변에서 1 을 더하면 $-3 \leq 1-2a \leq 5$

(2) 단계

$-2 \leq b \leq 2$ 에서

각 변에 -1 을 곱하면 $-2 \leq -b \leq 2$

각 변에서 3 을 더하면 $1 \leq 3-b \leq 5$

(3) 단계

$-3 \leq 1-2a \leq 5$ 와 $1 \leq 3-b \leq 5$ 를 변끼리 나누면

$-3 \leq \frac{1-2a}{3-b} \leq 5$ 이므로 $p = -3, q = 5$

$\therefore p-q = -8$