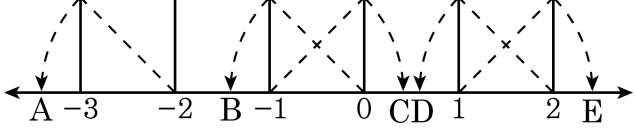


1. 다음 그림의 사각형이 모두 정사각형일 때, 다섯 개의 점 A, B, C, D, E의 좌표를 바르게 말한 것을 모두 고르면?



- ① $B(-1 - \sqrt{2})$ ② $C(-1 + \sqrt{2})$ ③ $D(-1 + \sqrt{2})$
④ $E(1 + \sqrt{2})$ ⑤ $A(-2 + \sqrt{2})$

해설

$A = -2 - \sqrt{2}$, $B = -\sqrt{2}$, $C = -1 + \sqrt{2}$, $D = 2 - \sqrt{2}$, $E = 1 + \sqrt{2}$
이므로 ②, ④이다.

2. $\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{a}$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{60} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} \\ &= \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{1} \\ &= \sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 5$$

3. 다음 중 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$)

① $\sqrt{2} + 0.1$

② $\sqrt{3} - 0.1$

③ $\sqrt{2} + 0.2$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

해설

① $\sqrt{2} + 0.1 = 1.514$

② $\sqrt{3} - 0.1 = 1.632$

③ $\sqrt{2} + 0.2 = 1.614$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있는 수이다.

⑤ $0.2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0.4$ 이므로 $0.1 < \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} < 0.2$, 따라서 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

4. $a^3b^2 - \frac{1}{9}ab^2$ 을 인수분해 하는데 사용된 인수분해 공식을 골라라.

보기

- ㉠ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- ㉡ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ㉢ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ㉤ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- ㉥ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned} a^3b^2 - \frac{1}{9}ab^2 &= ab^2 \left(a^2 - \frac{1}{9} \right) \\ &= ab^2 \left(a + \frac{1}{3} \right) \left(a - \frac{1}{3} \right) \text{ 이므로} \end{aligned}$$

㉢ 공식을 이용한다.

5. 다음 중 $(x-3)$ 을 인수로 갖지 않는 식은?

① $2x^2 - 7x + 3$ ② $2x^2 - 5x - 3$ ③ $5x^2 - 16x + 3$

④ $2x^2 - 5x + 2$ ⑤ $-2x^2 + 9x - 9$

해설

① $2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$

② $2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$

③ $5x^2 - 16x + 3 = (5x - 1)(x - 3)$

④ $2x^2 - 5x + 2 = (2x - 1)(x - 2)$

⑤ $-2x^2 + 9x - 9 = (x - 3)(-2x + 3)$

따라서 $(x-3)$ 을 인수로 갖지 않는 것은 ④ 이다.

6. 다음 세 식 $x^2-3x-18$, $3x^2+7x-6$, $2x^2+x-15$ 의 공통인 인수는?

① $x+3$

② $3x-2$

③ $2x-5$

④ $2x+1$

⑤ $x-6$

해설

$$\begin{aligned}x^2-3x-18 &= (x-6)(x+3) \\ 3x^2+7x-6 &= (x+3)(3x-2) \\ 2x^2+x-15 &= (2x-5)(x+3)\end{aligned}$$

따라서 공통인 인수는 $(x+3)$ 이다.

7. 다음 x 에 대한 이차식에서 인수가 $(x + 1), (2x - 5)$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

$Ax^2 - 3x + B$

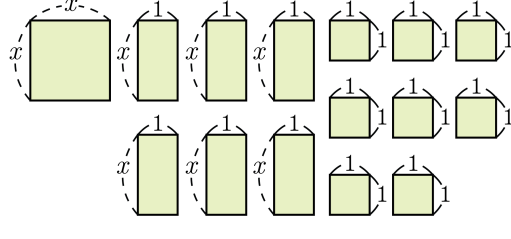
▶ 답 :

▷ 정답 : $A - B = 7$

해설

$Ax^2 - 3x + B = (x + 1)(2x - 5)$ $Ax^2 - 3x + B = 2x^2 - 3x - 5$ $A = 2, B = -5$ $\therefore A - B = 2 - (-5) = 7$

8. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 x , 1 인 직사각형 6 개, 한 변의 길이가 1 인 정사각형 8 개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다.
이 직사각형의 가로 길이를 a , 세로 길이를 b 라 할 때, $(b - a)^2$ 을 구하여라.



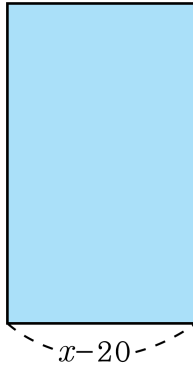
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

한 변이 x 인 정사각형 한 개의 넓이 : x^2
세로, 가로가 각각 x , 1 인 직사각형 6 개의 넓이 : $6x$
한 변의 길이가 1 인 정사각형 8 개의 넓이 : 8
따라서 직사각형의 넓이는 $x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$
가로 길이를 $x + 2 = a$, 세로 길이를 $x + 4 = b$ 라 하면
 $(b - a)^2 = ((x + 4) - (x + 2))^2 = 2^2 = 4$

9. 다음 그림에서 사각형의 넓이가 $x^2 - 16x - 80$ 일 때, 세로의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 4$

해설

(가로 길이) $\times$ (세로 길이) = (직사각형의 넓이)

$$(x - 20)(x + 4) = x^2 - 16x - 80$$

따라서 세로의 길이는 $(x + 4)$ 이다.

10. 다음 중 $a^2 - ab - bc + ac$ 의 인수는?

- ① $b + c$ ② $a - c$ ③ $a + b$ ④ $a - b$ ⑤ $b - c$

해설

$$a(a - b) + c(a - b) = (a - b)(a + c)$$

11. $\sqrt{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2}-\sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5} &= \sqrt{20} > \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ 이므로} \\ \sqrt{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2} &= \sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2} \\ &= 3\sqrt{2}-2\sqrt{5} \\ &= 0 \end{aligned}$$

12. $y = a\sqrt{x}$ 가 $x = 4$ 일 때, $y = 8$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$8 = a\sqrt{4}$$

$$8 = a \times 2$$

$$\therefore a = 4$$

13. $\sqrt{0.08} = A\sqrt{2}$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = \frac{1}{5}$

해설

$$\sqrt{\frac{8}{100}} = \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5} = A\sqrt{2}$$

$$A\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$\therefore A = \frac{1}{5}$$

14. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{3000}$ 의 값과 같은 것은?

- ① $10b$ ② $100b$ ③ $\frac{1}{10}a$ ④ $\frac{1}{10}b$ ⑤ $\frac{1}{100}a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= \sqrt{30 \times 100} \\ &= \sqrt{30} \times \sqrt{100} \\ &= \sqrt{30} \times 10 \\ &= 10b\end{aligned}$$

15. $\sqrt{\frac{13-a}{3}} = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$$\sqrt{\frac{13-a}{3}} = \frac{\sqrt{13-a} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 2$$

$$\sqrt{13-a} \times \sqrt{3} = 6$$

$$\sqrt{13-a} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 1$$

16. $2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 266

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}} &= 2\sqrt{133} \times \sqrt{7} \times \sqrt{19} \\ &= 2\sqrt{133 \times 7 \times 19} \\ &= 2\sqrt{133^2} \\ &= 266 \end{aligned}$$

17. 등식 $7 + 5\sqrt{3} + 5x - 2y = 3\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 5$ 를 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 22$

▷ 정답 : $y = 61$

해설

$$7 + 5\sqrt{3} + 5x - 2y = 3\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 5$$

$$(7 + 5x - 2y + 5) + (5 - 3x + y)\sqrt{3} = 0$$

$$5x - 2y = -12 \Leftrightarrow y = \frac{5}{2}x + 6$$

$$\begin{aligned} \therefore -3x + y &= -3x + \frac{5}{2}x + 6 \\ &= -\frac{1}{2}x + 6 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}x = -11$$

$$\therefore x = 22, y = 61$$

18. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
1.5	1,225	1,229	1,233	1,237
1.6	1,265	1,269	1,273	1,277
1.7	1,304	1,308	1,311	1,315
1.8	1,342	1,345	1,349	1,353
1.9	1,378	1,382	1,386	1,389

- ① $\sqrt{162}$
- ② $\sqrt{0.0192}$
- ③ $\sqrt{17200}$
- ④ $\sqrt{180}$
- ⑤ $\sqrt{0.00152}$

해설

- ① $\sqrt{162} = \sqrt{1.62 \times 100} = 10 \sqrt{1.62} = 10 \times 1.273 = 12.73$
- ② $\sqrt{0.0192} = \sqrt{\frac{1.92}{100}} = \frac{\sqrt{1.92}}{10} = 0.1386$
- ③ $\sqrt{17200} = \sqrt{1.72 \times 10^4} = 100 \sqrt{1.72} = 131.1$
- ④ $\sqrt{180} = \sqrt{1.80 \times 10^2} = 10 \sqrt{1.80} = 13.42$
- ⑤ $\sqrt{0.00152} = \sqrt{\frac{15.2}{10000}} = \frac{\sqrt{15.2}}{100}$

19. 다항식 $(m+n)^2 - 2(m+n)m - 8m^2$ 을 다항식 두 개의 곱으로 나타낼 때 일차식들의 합은?

① 0 ② $-2n$ ③ $m+n$ ④ $2n$ ⑤ $2m$

해설

$m+n = X$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} X^2 - 2mX - 8m^2 &= (X - 4m)(X + 2m) \\ &= (m + n - 4m)(m + n + 2m) \\ &= (n - 3m)(3m + n) \end{aligned}$$

$$\therefore (n - 3m) + (3m + n) = 2n$$

20. 식 $(x-1)^2 - 9y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x+3y-1)(x-3y+1)$

② $(x+3y+1)(x-3y-1)$

③ $(x+3y-1)(x-3y-1)$

④ $(x+3y-1)(x+3y-1)$

⑤ $(x+3y+1)(x-3y-1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x-1) + 3y\} \{(x-1) - 3y\} \\ &= (x+3y-1)(x-3y-1)\end{aligned}$$

21. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $a > 0$)

- ① 0 의 제곱근은 1 개이다.
- ② a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ③ 제곱근 a 는 $\sqrt{a}$ 이다.
- ④ $x^2 = a$ 이면 x 는 $\pm\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 제곱근 a^2 은 a 이다.

해설

② a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

22. 196의 제곱근을 각각 x , y 라 할 때, $\sqrt{3x-2y+11}$ 의 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196이 되는 수 중 $x > y$ 인 수는

$x = 14$, $y = -14$ 이므로

$$\sqrt{3x-2y+11} = \sqrt{81} = 9$$

따라서 9의 제곱근은 ± 3 이다.

23. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$

② $12a$

③ $12a^2$

④ $-12a^2$

⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$
 $-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$
 $\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$

24. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$$

$$= -a + b - (-a) + b$$

$$= 2b$$

25. $\sqrt{960-32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M-2m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\sqrt{960-32a} = \sqrt{16(60-2a)} = 4\sqrt{60-2a}$$

$60-2a=0$ 일 때, a 는 최대

$60-2a=36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60-36}{2} = 12$$

$$M-2m = 30-2 \times 12 = 6$$

26. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

27. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ \textcircled{1} \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ \textcircled{2} \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \textcircled{3} \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \textcircled{4} \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ \textcircled{5} \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0 \end{aligned}$$

28. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$3 + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{3} - 2, 6 - \sqrt{3}$

- ① $3 + \sqrt{3}$

② $2\sqrt{3} - 1$

③ $1 + \sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} - 2$

⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$
 $3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$
 $\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$
② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$
 $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$
 $\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$
 $\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$
③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$
④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$
음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$
 $\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$
①과 ⑤를 비교해 보면
 $3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$

29. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$
$$\therefore a = 2$$
$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$
$$\therefore b = 15$$
$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$
$$\therefore c = 20$$
$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

30. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

31. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

32. $\sqrt{32} + \frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2} \times \sqrt{\frac{4}{5}} \times \sqrt{125} = b\sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

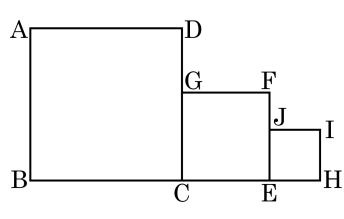
$$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = 3$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{20}{100}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} &= \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 1$$

33. 다음 그림에서 $\square ABCD$, $\square CEFG$, $\square EHJI$ 는 모두 정사각형이고 그 넓이는 각각 S_1, S_2, S_3 이다. $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{3}S_1$, $S_3 = \frac{1}{3}S_2$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하면?

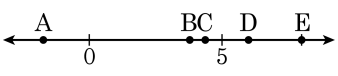


- ① $\frac{13}{9}$
 ② $4 - \sqrt{3}$
 ③ $\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{7}{3}$
 ⑤ $\frac{4 + \sqrt{3}}{3}$

해설

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 1 \text{ 이므로, } \overline{BC} = 1, \\
 S_2 &= \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}, \overline{CE} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\
 S_3 &= \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}, \overline{EH} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \\
 \therefore \overline{BH} &= \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EH} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4 + \sqrt{3}}{3}
 \end{aligned}$$

34. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}, q = \sqrt{3} - 2, r = \sqrt{5} + 2$

- ① $A = p, B = q, C = r$

③ $A = q, B = p, D = r$

⑤ $B = r, C = p, D = q$

② $A = q, B = p, C = r$

④ $B = p, C = q, D = r$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.
 (1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$
 (2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$
 (3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$
 $\therefore r > p > q$
 ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.
 $r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.
 따라서 r 은 C, p 는 B 에 위치한다.

35. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ &= \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

36. $x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 일 때, $x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 에서
 $\sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} = \sqrt{3 - x} = x$ 이므로
 $3 - x = x^2, x^2 + x = 3$
 $\therefore x^2 + x + 1 = 4$

37. $x > 0, y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$

㉡ $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠,㉡ ⑤ ㉠,㉢,㉣

해설

㉠ $x-y > 0$, $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$

㉡ $y-x < 0$,
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2}$
 $= x + (-y) - (y-x) = 2x-2y$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$
 $= x - (-y) - (x-y)$
 $= x+y-x+y = 2y$

38. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$
 $abc = 14$ 또는 $abc = 56$ 또는 $abc = 126$
 $abc = 224$ 또는 $abc = 504$
 $abc = 14$ 일 때, (1, 2, 7)
 $abc = 56$ 일 때, (1, 7, 8), (2, 4, 7)
 $abc = 126$ 일 때, (2, 7, 9), (3, 6, 7)
 $abc = 224$ 일 때, (4, 7, 8)
 $abc = 504$ 일 때, (7, 8, 9)

39. a, b 에 대하여 a, b 는 10보다 작은 자연수이고 $\sqrt{a^2+15} = \sqrt{2b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=9$

해설

양변을 제곱하면 $a^2+15=2b$ 이므로 $2b-a^2=15$
이때 a, b 는 10보다 작은 자연수 이므로
 $\therefore (a,b)=(1,8)$
 $\therefore a+b=9$

40. $-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$, $2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 를 만족하는 정수 x, y 에 대해 $y - x$ 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$y - x$ 의 값의 최댓값은 y 가 최대일 때, x 가 최소일 때이다.

$-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$ 이 성립하는 정수 x 의 최솟값은 -6

$2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 을 정리하면 $8 < \frac{y}{2} \leq 25$, 즉 $16 < y \leq 50$

이므로 정수 y 의 최댓값은 50

따라서 $y - x$ 의 최댓값은 $50 - (-6) = 56$ 이다.

41. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.
- ② $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.
- ③ $b-a$ 는 항상 무리수이다.
- ④ ab 는 항상 무리수이다.
- ⑤ $b-\sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2, b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b-a = \sqrt{2}-2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b-\sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

42. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$

43. 두 정육면체 A, B의 한 면의 대각선의 길이의 비가 2: 3이고 두 정육면체의 부피의 합이 35 cm^3 이다. A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 1$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때
A, B의 대각선의 길이의 비는 $a\sqrt{2}: b\sqrt{2} = 2: 3$ 이므로 $2b\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$

b 에 대해 정리하면 $b = \frac{3}{2}a$ ($\because a > 0, b > 0$)

A, B의 부피의 합은

$$a^3 + b^3 = 35, a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 35, a^3 = 8$$

$\therefore a = 2, b = 3$

따라서 $b - a = 1$ 이다.

44. $a > 0, b > 0$ 이고, $ab = 16$, $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}$, $\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 일 때,

$a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 17$

해설

$$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}, \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0 \text{ 에서}$$

$$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$a > 0, b > 0$ 이므로

① 식을 전개하면

$$\sqrt{ab} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$\sqrt{ab} - \left(\frac{\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}}{\sqrt{ab}}\right) + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$ab = 16 \text{ 이므로 } 4 - \frac{a+b}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore a + b = 17$$

45. 일차방정식 $(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 0 ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{따라서, } \sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$$

46. $\sqrt{35}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{140}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a - 1$

해설

$$a = \sqrt{35} - 5$$

$$11 < \sqrt{140} < 12 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{140} \text{의 소수 부분은 } \sqrt{140} - 11 \text{ 이다.}$$

$$\sqrt{140} - 11 = 2\sqrt{35} - 11 = 2(\sqrt{35} - 5) - 1 = 2a - 1$$

47. $3x^2 + ax + 12$ 와 $x^2 + 5x + b$ 완전제곱식이 될 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = \frac{73}{4}$

해설

$3x^2 + ax + 12$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 3 \times 12 \quad \therefore a = 12$$

$x^2 + 5x + b$ 이 완전제곱식이 되려면

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = b \quad \therefore b = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a + b = 12 + \frac{25}{4} = \frac{48}{4} + \frac{25}{4} = \frac{73}{4}$$

48. x 에 관한 이차식 $x^2 + 9x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수분해될 때, 상수 k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$x^2 + 9x + k = (x + a)(x + b)$$

$a + b = 9$ 일 때,

$(a, b) = (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1)$

$k = ab$ 이므로 상수 k 의 최댓값은 20이다.

49. $44444444 - 8888$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6666

해설

$4444 = a$ 로 놓으면
 $44444444 = 44440000 + 4444 = a \times 10^4 + a$ 이고 $8888 = 2 \times 4444 = 2a$ 이므로
 $44444444 - 8888 = a \times 10^4 + a - 2a$
 $= a \times 10^4 - a$
 $= a(10^4 - 1)$
 $= a \times 9999$
 $= 4444 \times 9999$
 $= 4 \times 1111 \times 9 \times 1111$
 $= 36 \times 1111^2$
 $= (6 \times 1111)^2$
따라서 어떤 자연수는 6666 이다.

50. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $-3x^4 + 2x^2 - 5x$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 이므로

$x^2 = x - 1$

$x^4 = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$

$= (x - 1) - 2x + 1 = -x$

$-3x^4 + 2x^2 - 5x = 3x + 2(x - 1) - 5x$

$= 3x + 2x - 2 - 5x = -2$