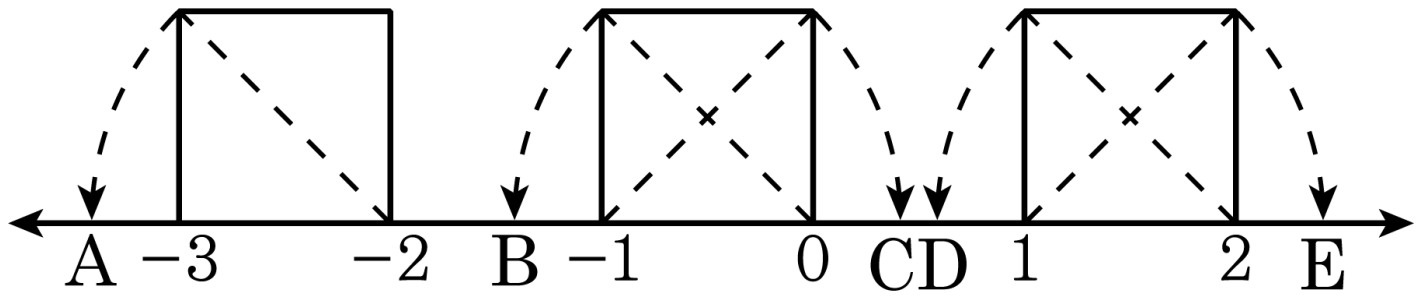
1. 다음 그림의 사각형이 모두 정사각형일 때, 다섯 개의 점 A, B, C, D, E의 좌표를 바르게 말한 것을 모두 고르면?



① $B(-1-\sqrt{2})$ ② $C(-1+\sqrt{2})$ ③ $D(-1+\sqrt{2})$

④ $E(1+\sqrt{2})$ ⑤ $A(-2+\sqrt{2})$

해설

$A=-2-\sqrt{2},\ B=-\sqrt{2},\ C=-1+\sqrt{2},\ D=2-\sqrt{2},\ E=1+\sqrt{2}$
이므로 ②,④이다.

2. $\sqrt{60} \div \dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{a}$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \sqrt{60} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$$

$$= \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$= \sqrt{45}$$

$$= 3\sqrt{5}$$

$\therefore a = 5$

3. 다음 중 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$)

① $\sqrt{2} + 0.1$ ② $\sqrt{3} - 0.1$ ③ $\sqrt{2} + 0.2$

④ $\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

해설

① $\sqrt{2} + 0.1 = 1.514$

② $\sqrt{3} - 0.1 = 1.632$

③ $\sqrt{2} + 0.2 = 1.614$

④ $\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있는 수이다.

⑤ $0.2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0.4$ 이므로 $0.1 < \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} < 0.2$, 따라서 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

4. $a^3b^2 - \frac{1}{9}ab^2$ 을 인수분해 하는데 사용된 인수분해 공식을 골라라.

보기

㉠ $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

㉡ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

㉢ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

㉣ $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

㉤ $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$$a^3b^2 - \frac{1}{9}ab^2 = ab^2\left(a^2 - \frac{1}{9}\right)$$

$$= ab^2\left(a + \frac{1}{3}\right)\left(a - \frac{1}{3}\right) \text{ 이므로}$$

㉢ 공식을 이용한다.

5. 다음 중 $(x-3)$ 을 인수로 갖지 <u>않는</u> 식은?

① $2x^2-7x+3$ ② $2x^2-5x-3$ ③ $5x^2-16x+3$

④ $2x^2-5x+2$ ⑤ $-2x^2+9x-9$

해설

① $2x^2-7x+3=(2x-1)(x-3)$
② $2x^2-5x-3=(x-3)(2x+1)$
③ $5x^2-16x+3=(5x-1)(x-3)$
④ $2x^2-5x+2=(2x-1)(x-2)$
⑤ $-2x^2+9x-9=(x-3)(-2x+3)$
따라서 $(x-3)$ 을 인수로 갖지 않는 것은 ④ 이다.

6. 다음 세 식 $x^2-3x-18$, $3x^2+7x-6$,$2x^2+x-15$ 의 공통인 인수는?

① $x+3$ ② $3x-2$ ③ $2x-5$

④ $2x+1$ ⑤ $x-6$

해설

$x^2-3x-18=(x-6)(x+3)$

$3x^2+7x-6=(x+3)(3x-2)$

$2x^2+x-15=(2x-5)(x+3)$

따라서 공통인 인수는 $(x+3)$ 이다.

7. 다음 x 에 대한 이차식에서 인수가 $(x+1), (2x-5)$ 일 때, $A-B$ 의 값을 구하여라.

Ax^2-3x+B

▶ 답 :

▷ 정답 : $A-B=7$

해설

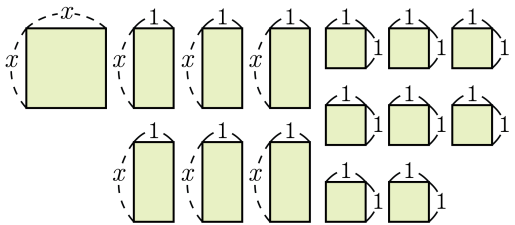
$Ax^2-3x+B=(x+1)(2x-5)$

$Ax^2-3x+B=2x^2-3x-5$

$A=2,\ B=-5$

$\therefore\ A-B=2-(-5)=7$

8. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 x, 1 인 직사각형 6 개, 한 변의 길이가 1 인 정사각형 8 개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다.
이 직사각형의 가로의 길이를 a , 세로의 길이를 b 라 할 때, $(b-a)^2$ 을 구하여라.



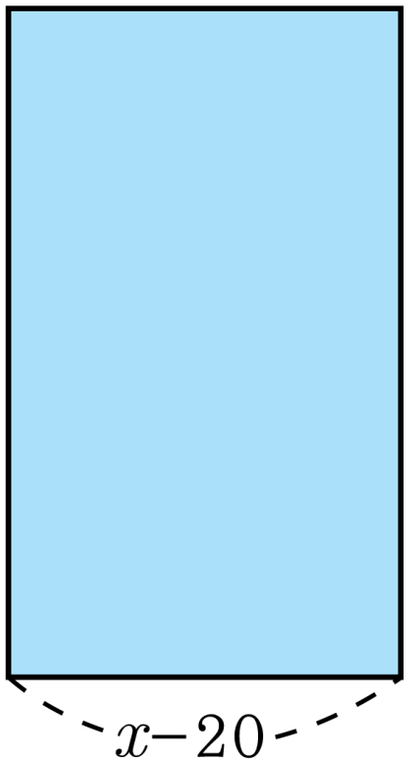
▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

한 변이 x 인 정사각형 한 개의 넓이: x^2
세로, 가로가 각각 x, 1 인 직사각형 6 개의 넓이: $6x$
한 변의 길이가 1 인 정사각형 8 개의 넓이: 8
따라서 직사각형의 넓이는 $x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$
가로 길이를 $x+2=a$, 세로 길이를 $x+4=b$ 라 하면
$(b-a)^2=\{(x+4)-(x+2)\}^2=2^2=4$

9. 다음 그림에서 사각형의 넓이가 $x^2 - 16x - 80$ 일 때, 세로의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 4$

해설

(가로의 길이) × (세로의 길이) = (직사각형의 넓이)

$(x - 20)(x + 4) = x^2 - 16x - 80$

따라서 세로의 길이는 $(x + 4)$ 이다.

10. 다음 중 $a^2 - ab - bc + ac$의 인수는?

① $b + c$ ② $a - c$ ③ $a + b$ ④ $a - b$ ⑤ $b - c$

해설

$a(a-b) + c(a-b) = (a-b)(a+c)$

11. $\sqrt{\left(2\sqrt{5}-3\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)^2}$을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$2\sqrt{5}=\sqrt{20}>\sqrt{18}=3\sqrt{2}$이므로

$$\sqrt{\left(2\sqrt{5}-3\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)^2}$$

$$=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}+\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)$$

$$=0$$

12. $y = a\sqrt{x}$ 가 $x = 4$ 일 때, $y = 8$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$8 = a\sqrt{4}$

$8 = a \times 2$

$\therefore\ a = 4$

13. $\sqrt{0.08} = A\sqrt{2}$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = \frac{1}{5}$

해설

$$\sqrt{\frac{8}{100}} = \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5} = A\sqrt{2}$$

$$A\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$\therefore A = \frac{1}{5}$$

14. $\sqrt{3}=a,\ \sqrt{30}=b$ 일 때, $\sqrt{3000}$ 의 값과 같은 것은?

① $10b$ ② $100b$ ③ $\frac{1}{10}a$ ④ $\frac{1}{10}b$ ⑤ $\frac{1}{100}a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= \sqrt{30\times 100}\\ &= \sqrt{30}\times\sqrt{100}\\ &= \sqrt{30}\times 10\\ &= 10b\end{aligned}$$

15. $\sqrt{\dfrac{13-a}{3}} = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$$\sqrt{\frac{13-a}{3}} = \frac{\sqrt{13-a} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 2$$

$$\sqrt{13-a} \times \sqrt{3} = 6$$

$$\sqrt{13-a} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 1$$

16. $2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 266

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}} &= 2\sqrt{133} \times \sqrt{7} \times \sqrt{19} \\ &= 2\sqrt{133 \times 7 \times 19} \\ &= 2\sqrt{133^2} \\ &= 266 \end{aligned}$$

17. 등식 $7+5\sqrt{3}+5x-2y=3\sqrt{3}x-\sqrt{3}y-5$ 를 만족하는 유리수 $x,\ y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=22$

▷ 정답 : $y=61$

해설

$7+5\sqrt{3}+5x-2y=3\sqrt{3}x-\sqrt{3}y-5$

$(7+5x-2y+5)+(5-3x+y)\sqrt{3}=0$

$5x-2y=-12 \Leftrightarrow y=\frac{5}{2}x+6$

$\therefore\ -3x+y=-3x+\frac{5}{2}x+6$

$=-\frac{1}{2}x+6$

$=-5$

$-\frac{1}{2}x=-11$

$\therefore\ x=22, y=61$

18. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389

① $\sqrt{162}$ ② $\sqrt{0.0192}$ ③ $\sqrt{17200}$

④ $\sqrt{180}$ ⑤ $\sqrt{0.00152}$

해설

① $\sqrt{162} = \sqrt{1.62 \times 100} = 10\sqrt{1.62} = 10 \times 1.273 = 12.73$

② $\sqrt{0.0192} = \sqrt{\dfrac{1.92}{100}} = \dfrac{\sqrt{1.92}}{10} = 0.1386$

③ $\sqrt{17200} = \sqrt{1.72 \times 10^4} = 100\sqrt{1.72} = 131.1$

④ $\sqrt{180} = \sqrt{1.80 \times 10^2} = 10\sqrt{1.80} = 13.42$

⑤ $\sqrt{0.00152} = \sqrt{\dfrac{15.2}{10000}} = \dfrac{\sqrt{15.2}}{100}$

19. 다항식 $(m+n)^2-2(m+n)m-8m^2$을 다항식 두 개의 곱으로 나타낼 때 일차식들의 합은?

① 0 ② $-2n$ ③ $m+n$ ④ $2n$ ⑤ $2m$

해설

$m+n=X$로 치환하면

$$\begin{aligned} X^2-2mX-8m^2 &= (X-4m)(X+2m) \\ &= (m+n-4m)(m+n+2m) \\ &= (n-3m)(3m+n) \end{aligned}$$

$\therefore\ (n-3m)+(3m+n)=2n$

20. 식 $(x-1)^2-9y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x+3y-1)(x-3y+1)$ ② $(x+3y+1)(x-3y-1)$

③ $(x+3y-1)(x-3y-1)$ ④ $(x+3y-1)(x+3y-1)$

⑤ $(x+3y+1)(x-3y-1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x-1)+3y\}\{(x-1)-3y\} \\ &= (x+3y-1)(x-3y-1)\end{aligned}$$

21. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, $a > 0$)

① 0 의 제곱근은 1 개이다.

② a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

③ 제곱근 a는 $\sqrt{a}$ 이다.

④ $x^2 = a$ 이면 x 는 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 제곱근 a^2 은 a 이다.

해설

② a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

22. 196의 제곱근을 각각 x, y라 할 때, $\sqrt{3x-2y+11}$의 제곱근을 구하여라. (단, $x>y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196이 되는 수 중 $x>y$인 수는
$x=14,\ y=-14$ 이므로
$\sqrt{3x-2y+11}=\sqrt{81}=9$
따라서 9의 제곱근은 ± 3이다.

23. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m, $-\sqrt{0.0144}$를 n이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$ ② $12a$ ③ $12a^2$

④ $-12a^2$ ⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore\ m = a$

$-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$

$\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$

24. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab<0$ 이면 a와 b의 부호가 다르다.

$a-b<0$ 이면 $a<b$ 이므로 $a<0$, $b>0$ 이다.

$a<0$ 이므로 $\sqrt{a^2}=-a$, $b>0$ 이므로 $\sqrt{b^2}=b$

$a<0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=-a$

$b>0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2}=\sqrt{b^2}=b$

따라서

$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$

$=-a+b-(-a)+b$

$=2b$

25. $\sqrt{960-32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M, 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M-2m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$\sqrt{960-32a} = \sqrt{16(60-2a)} = 4\sqrt{60-2a}$

$60-2a=0$ 일 때, a 는 최대

$60-2a=36$ 일 때, a 는 최소

$M = \dfrac{60}{2} = 30,\ m = \dfrac{60-36}{2} = 12$

$M-2m = 30-2\times 12 = 6$

26. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$ ㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$ ㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2}\right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴㉠, ㉡, ㉢

27. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

① $a - b = \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right)$
$= \sqrt{7} - 3$
$= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$
$\therefore\ a - b < 0$

② $b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right)$
$= -\sqrt{7} + 3$
$= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$
$\therefore\ b - a > 0$

③ (좌변)$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$
(우변)$= 3 = \sqrt{9}$
$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$
$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$
$\therefore\ ab < 0$

⑤ $a + 1 = \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1$
$= \sqrt{8} - 2$
$= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$
$\therefore\ a + 1 > 0$

28. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$3+\sqrt{3},\ \ 2\sqrt{3}-1,\ \ 1+\sqrt{2},\ \ \sqrt{3}-2,\ \ 6-\sqrt{3}$

① $3+\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}-1$ ③ $1+\sqrt{2}$
④ $\sqrt{3}-2$ ⑤ $6-\sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$
$3+\sqrt{1}<3+\sqrt{3}<3+\sqrt{4}$
$\therefore\ 4<3+\sqrt{3}<5$
② $2\sqrt{3}-1=\sqrt{12}-1$
$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$
$\sqrt{9}-1<\sqrt{12}-1<\sqrt{16}-1$
$\therefore\ 2<\sqrt{12}-1<3$
③ $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$
$1+\sqrt{1}<1+\sqrt{2}<1+\sqrt{4}$
$\therefore\ 2<1+\sqrt{2}<3$
④ $\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
⑤ $-\sqrt{4}<-\sqrt{3}<-\sqrt{1}$
$6-\sqrt{4}<6-\sqrt{3}<6-\sqrt{1}$
$\therefore\ 4<6-\sqrt{3}<5$
①과 ⑤를 비교해 보면
$3+\sqrt{3}-(6-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-3=\sqrt{12}-\sqrt{9}>0$
$\therefore\ 3+\sqrt{3}>6-\sqrt{3}$

29. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c에 대하여 $\sqrt{\dfrac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8}=\sqrt{a},\quad \sqrt{135}=3\sqrt{b},\quad \sqrt{2000}=c\sqrt{5}$$

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2\times 8}=\sqrt{\frac{8}{4}}=\sqrt{2}=\sqrt{a}$$

$\therefore a=2$

$\sqrt{135}=\sqrt{3^3\times 5}=3\sqrt{15}=3\sqrt{b}$

$\therefore b=15$

$\sqrt{2000}=\sqrt{20^2\times 5}=20\sqrt{5}=c\sqrt{5}$

$\therefore c=20$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}}=\sqrt{\frac{2\times 2\times 15}{20}}=\sqrt{3}$$

30. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10}\sqrt{6} = \frac{2}{5}\sqrt{6}$$

$$\therefore\ x = \frac{2}{5}$$

31. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{2}$ ③ 6

④ 0 ⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3>2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}&\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}\\&=|3-2\sqrt{2}|-|2\sqrt{2}-3|\\&=3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-3\\&=0\end{aligned}$$

32. $\sqrt{32}+\dfrac{8}{\sqrt{2}}-\sqrt{50}=a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2}\times\sqrt{\dfrac{4}{5}}\times\sqrt{125}=b\sqrt{5}$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$4\sqrt{2}+4\sqrt{2}-5\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ $\therefore$ $a=3$

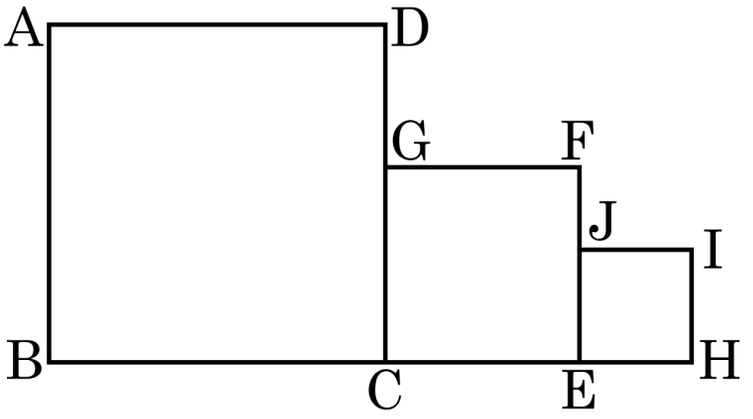
$$\sqrt{\frac{20}{100}}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}\times5\sqrt{5}=\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}\times5\sqrt{5}$$

$$=2\sqrt{5}$$

$\therefore$ $b=2$

$\therefore$ $a-b=1$

33. 다음 그림에서 □ABCD , □CEFG , □EHIJ 는 모두 정사각형이고 그 넓이는 각각 S_1, S_2, S_3 이다. $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{3}S_1$, $S_3 = \frac{1}{3}S_2$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{13}{9}$ ② $4-\sqrt{3}$ ③ $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$

④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{4+\sqrt{3}}{3}$

해설

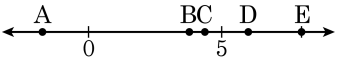
$S_1 = 1$ 이므로, $\overline{BC} = 1$,

$S_2 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$, $\overline{CE} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$S_3 = \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$, $\overline{EH} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

$\therefore \ \overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EH} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4+\sqrt{3}}{3}$

34. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}\ ,\ q = \sqrt{3} - 2\ ,\ r = \sqrt{5} + 2$$

① A $= p$, B $= q$, C $= r$
② A $= q$, B $= p$, C $= r$
③ A $= q$, B $= p$, D $= r$
④ B $= p$, C $= q$, D $= r$
⑤ B $= r$, C $= p$, D $= q$

해설

ⅰ) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.
(1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$
(2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$
(3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$
$\therefore r > p > q$
ⅱ) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.
$r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.
따라서 r 은 C , p 는 B 에 위치한다.

35. $a=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$, $b=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2+2ab+b^2$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$=\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}+\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$=\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$$

36. $x=\sqrt{3-\sqrt{3-\sqrt{3-\cdots}}}$ 일 때, x^2+x+1의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x=\sqrt{3-\sqrt{3-\sqrt{3-\cdots}}}$에서

$\sqrt{3-\sqrt{3-\sqrt{3-\cdots}}}=\sqrt{3-x}=x$ 이므로

$3-x=x^2$, $x^2+x=3$

$\therefore x^2+x+1=4$

37. $x > 0,\ y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(x-y)^2} = x - y$
㉡ $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$
㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠,㉡ ⑤ ㉠,㉢

해설

㉠ $x - y > 0$, $\sqrt{(x-y)^2} = x - y$

㉡ $y - x < 0$,

$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2}$

$= x + (-y) - (y - x) = 2x - 2y$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$

$= x - (-y) - (x - y)$

$= x + y - x + y = 2y$

38. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$

$abc = 14$ 또는 $abc = 56$ 또는 $abc = 126$

$abc = 224$ 또는 $abc = 504$

$abc = 14$ 일 때, $(1, 2, 7)$

$abc = 56$ 일 때, $(1,\ 7,\ 8),\ (2,\ 4,\ 7)$

$abc = 126$ 일 때, $(2,\ 7,\ 9),\ (3,\ 6,\ 7)$

$abc = 224$ 일 때, $(4,\ 7,\ 8)$

$abc = 504$ 일 때, $(7,\ 8,\ 9)$

39. $a,\ b$에 대하여 $a,\ b$는 10보다 작은 자연수이고 $\sqrt{a^2+15}=\sqrt{2b}$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=9$

해설

양변을 제곱하면 $a^2+15=2b$ 이므로 $2b-a^2=15$
이때 $a,\ b$는 10보다 작은 자연수 이므로
$\therefore (a,b)=(1,8)$
$\therefore a+b=9$

40. $-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$, $2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$를 만족하는 정수 x , y 에 대해 $y - x$ 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$y - x$ 의 값의 최댓값은 y 가 최대일 때, x 가 최소일 때이다.
$-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$ 이 성립하는 정수 x 의 최솟값은 -6

$2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 을 정리하면 $8 < \frac{y}{2} \leq 25$, 즉 $16 < y \leq 50$

이므로 정수 y 의 최댓값은 50
따라서 $y - x$ 의 최댓값은 $50 - (-6) = 56$ 이다.

41. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0$, $b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.

② $\dfrac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.

③ $b - a$ 는 항상 무리수이다.

④ ab 는 항상 무리수이다.

⑤ $b - \sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2$, $b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\dfrac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b - a = \sqrt{2} - 2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b - \sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

42. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98 ② 100 ③ 102 ④ 104 ⑤ 106

해설

$5 = \sqrt{25}$,
$9 = \sqrt{81}$,
$a = 80$,
$b = 26$,
$\therefore a+b = 106$

43. 두 정육면체 A, B의 한 면의 대각선의 길이의 비가 2 : 3이고 두 정육면체의 부피의 합이 $35\,\mathrm{cm}^3$ 이다. A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\,\mathrm{cm}, b\,\mathrm{cm}$라 할 때 $b-a$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b-a=1$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\,\mathrm{cm}, b\,\mathrm{cm}$라 할 때
A, B의 대각선의 길이의 비는 $a\sqrt{2} : b\sqrt{2} = 2 : 3$ 이므로 $2b\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$

b에 대해 정리하면 $b = \frac{3}{2}a\ (\because a>0, b>0)$

A, B의 부피의 합은

$a^3 + b^3 = 35,\ a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 35, a^3 = 8$

$\therefore a=2, b=3$
따라서 $b-a=1$이다.

44. $a > 0$, $b > 0$ 이고, $ab = 16$, $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}$, $\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 17$

해설

$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}$, $\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 에서

$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right) = 0 \cdots ①$

$a > 0$, $b > 0$ 이므로

① 식을 전개하면

$\sqrt{ab} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$

$\sqrt{ab} - \left(\frac{\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}}{\sqrt{ab}}\right) + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$

$ab = 16$ 이므로 $4 - \frac{a+b}{4} + \frac{1}{4} = 0$

$\therefore\ a + b = 17$

45. 일차방정식 $(\sqrt{3}+1)x=(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$ 의 해는 $x=a+b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b는 유리수)

① 0 ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$(\sqrt{3}+1)x=(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$

$$x=\frac{(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}+1}$$
$$=\frac{2\sqrt{3}+5}{\sqrt{3}+1}$$
$$=\frac{(2\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$
$$=\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$$

따라서, $\sqrt{a+b}=\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}=\sqrt{2}$

46. $\sqrt{35}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{140}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a-1$

해설

$a = \sqrt{35} - 5$

$11 < \sqrt{140} < 12$ 이므로

$\sqrt{140}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{140} - 11$ 이다.

$\sqrt{140} - 11 = 2\sqrt{35} - 11 = 2\left(\sqrt{35} - 5\right) - 1 = 2a - 1$

47. $3x^2 + ax + 12$ 와 $x^2 + 5x + b$ 완전제곱식이 될 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0,\ b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = \frac{73}{4}$

해설

$3x^2 + ax + 12$ 이 완전제곱식이 되려면

$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 3 \times 12 \qquad \therefore\ a = 12$

$x^2 + 5x + b$ 이 완전제곱식이 되려면

$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = b \qquad \therefore\ b = \frac{25}{4}$

$\therefore\ a + b = 12 + \frac{25}{4} = \frac{48}{4} + \frac{25}{4} = \frac{73}{4}$

48. x 에 관한 이차식 x^2+9x+k가 $(x+a)(x+b)$로 인수분해될 때, 상수 k의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$x^2+9x+k=(x+a)(x+b)$

$a+b=9$ 일 때,

$(a,b)=(1,8),(2,7),(3,6),(4,5),(5,4),(6,3),(7,2),(8,1)$

$k=ab$이므로 상수 k의 최댓값은 20이다.

49. 44444444 – 8888 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6666

해설

$4444 = a$ 로 놓으면

$44444444 = 44440000 + 4444 = a \times 10^4 + a$ 이고 $8888 = 2 \times 4444 = 2a$ 이므로

$$\begin{aligned} 44444444 - 8888 &= a \times 10^4 + a - 2a \\ &= a \times 10^4 - a \\ &= a(10^4 - 1) \\ &= a \times 9999 \\ &= 4444 \times 9999 \\ &= 4 \times 1111 \times 9 \times 1111 \\ &= 36 \times 1111^2 \\ &= (6 \times 1111)^2 \end{aligned}$$

따라서 어떤 자연수는 6666 이다.

50. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $-3x^4 + 2x^2 - 5x$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 이므로

$x^2 = x - 1$

$x^4 = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

$= (x-1) - 2x + 1 = -x$

$-3x^4 + 2x^2 - 5x = 3x + 2(x-1) - 5x$

$= 3x + 2x - 2 - 5x = -2$