

1. 서로 다른 두 자연수 a, b 에 대하여 다음 중 a, b 가 서로소인 것은?

- ① a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것이 없다.
- ② a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 1 뿐이다.
- ③ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 0 뿐이다.
- ④ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 a 뿐이다.
- ⑤ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 a, b 이다.

해설

a, b 가 서로소일 때, 두 수의 공약수는 1 뿐이고, 최대공약수도 1 이다.

2. 세 자연수 8, 12, 16 의 최대공약수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \\ 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \\ \quad 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

8, 12, 16 의 최대공약수는 $2 \times 2 = 4$

3. 다음 중 12 의 배수이면서 동시에 15 의 배수가 되는 수는?

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 60 ⑤ 100

해설

12 와 15 의 최소공배수인 60 의 배수를 찾으면 된다.

4. 유나네 집 앞 아이스크림 가게의 네온사인은 10 초마다, 피시방의 네온사인은 8 초마다 불이 켜진다. 두 가게가 같은 시각에 네온사인의 불이 켜진다면 몇 초마다 동시에 불이 켜지는지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 40 초

해설

10 과 8 의 최소공배수는 40 이므로 두 가게의 네온사인은 40 초마다 동시에 불이 켜진다.

5. 5로 나누어도 3이 남고, 6으로 나누어도 3이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

▷ 정답 : 63

▷ 정답 : 93

해설

구하는 수는 5, 6의 공배수보다 3만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5, 6의 최소공배수는 30이므로 5, 6의 공배수는 $30, 60, \dots$ 이다.
따라서 구하는 수는 33, 63, 93 이다.

6. $2^2 \times 3^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 나타낸 것을 골라라.
- ① 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$
 - ② 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$
 - ③ 최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$
 - ④ 최대공약수 : $2^2 \times 3$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 - ⑤ 최대공약수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^3 \times 5 \\ 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \\ \hline \end{array}$$

최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$

최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

7. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고
 $2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 1$, $b = 2$

8. 다음 중 세 수 108, 144, 162 의 공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 5$

③ 2×3^2

④ 2×3^3

⑤ $2^2 \times 3$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3^2 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

9. 두 수 a, b 의 최대공약수가 18일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 18의 약수와 같다.
18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이므로 6개이다.

10. 두 자연수 48, 56 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 6 \times 7$

② $2^4 \times 6 \times 7$

③ $2^3 \times 5 \times 7$

④ $2^4 \times 3 \times 7$

⑤ $2 \times 6 \times 7$

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
최소공배수는 $2^4 \times 3 \times 7$ 이다.

11. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.

$\therefore a + b + c = 12$

12. 가로 길이 450 m , 세로 길이 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30m 이다.

13. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 45

해설

두 자연수를 $A = 9 \times a, B = 9 \times b$
($a < b$, a 와 b 는 서로소)라 하면
 $405 = 9 \times 9 \times a \times b \quad \therefore a \times b = 5$
 $\therefore (a, b) = (1, 5)$
따라서 $A = 9, B = 9 \times 5 = 45$ 이다.

14. 자연수 n 에 대하여 $n+1$ 은 3의 배수이고 $n+4$ 은 7의 배수일 때, $n+6$ 을 21로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n+1$ 은 3의 배수이므로
값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,
 $n+4$ 은 7의 배수이므로
값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.
 $\therefore (n+6)$ 을 21로 나눈 나머지 = 2

16. 가로의 길이가 18cm, 세로의 길이가 12cm, 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 부피가 작은 정육면체를 만들려고 한다. 필요한 벽돌의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 216 개

해설

가로의 길이 18, 세로의 길이 12, 높이 8 의 최소공배수는 72 이다.

$$(\text{가로}) = 72 \div 18 = 4(\text{개})$$

$$(\text{세로}) = 72 \div 12 = 6(\text{개})$$

$$(\text{높이}) = 72 \div 8 = 9(\text{개})$$

$$\therefore (\text{필요한 벽돌 수}) = 4 \times 6 \times 9 = 216(\text{개})$$

17. 세 수 $\frac{5}{15}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{5}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되는
분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\frac{(15, 18, 24 \text{의 최소공배수})}{(5, 5, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{360}{5} = 72$$

18. 세 자연수의 비가 $3 : 5 : 9$ 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 162

해설

세 자연수를 $3 \times x, 5 \times x, 9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \overline{3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x} \\ 3) \overline{3 \quad 5 \quad 9} \\ \quad 1 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, \quad x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

19. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 16 바퀴 ② 18 바퀴 ③ 20 바퀴
④ 21 바퀴 ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.

같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로

다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

20. 다음 보기를 모두 만족 시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 100 이하의 자연수이다.
- ㉡ 3의 배수
- ㉢ 5의 배수
- ㉣ 4로 나누면 나머지가 3인 수

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

3과 5의 최소공배수는 15이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90,
이 중에서 4로 나누었을 때 나머지가 3인 수는 15, 75의 2개