

1. 지호네 반 학생 40 명의 몸무게의 평균은 60 kg 이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38 명의 몸무게의 평균이 59.5 kg 이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

- ① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg
④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40 명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400$ (kg)
전학생 2명을 뺀 38 명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261$ (kg)
전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139$ (kg)
 $\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균) = $\frac{139}{2} = 69.5$ (kg)

2. 다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때,
2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이므로

$$\frac{5+6+x+y+7}{5}=8, \quad x+y+18=40$$

$\therefore x+y=22 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-8)^2+(6-8)^2+(x-8)^2+(y-8)^2}{5}+\frac{(7-8)^2}{5}=5$$
$$\frac{9+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$
$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+142}{5}=5$$
$$x^2+y^2-16(x+y)+142=25$$

$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-117 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2=16(x+y)-117=16\times 22-117$$

$\therefore x^2+y^2=235$

따라서 1, 2, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4}\left(2+3+\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5}\right)=\frac{1}{4}\left\{5+\frac{1}{5}(x^2+y^2)\right\}=13 \text{ 이다.}$$

4. 자연수 a, b, c 에 대하여 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \leq b \leq c$)

① $1 + 2\sqrt{5}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 + 12\sqrt{3}$

④ $2 + 21\sqrt{5}$

⑤ $2 + 24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$\therefore abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

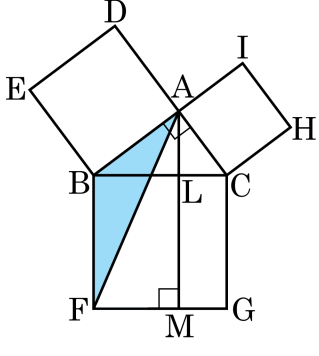
한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$ 가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c 의 순서쌍은 $(1, 1, 180)$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \\ &= 2(1 + \sqrt{180} + \sqrt{180}) \\ &= 2(1 + 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 2(1 + 12\sqrt{5}) \\ &= 2 + 24\sqrt{5}\end{aligned}$$

5. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$ 와 넓이가 같지 않은 삼각형은?

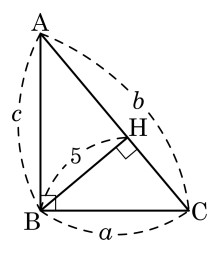


- ① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$
④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

- ① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$ 와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

6. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5$ cm 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?



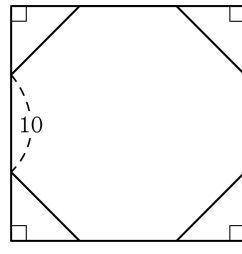
- ① 25 cm^2 ② $\frac{25}{2} \text{ cm}^2$ ③ $\frac{25}{3} \text{ cm}^2$
 ④ 5 cm^2 ⑤ 10 cm^2

해설

$(a + c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a + c)^2 = (10 - b)^2$
 $a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
 $b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
 $b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
 $2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
 또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
 $5b = ac \cdots (2)$
 (1)에 (2)를 대입하면
 $30b = 100$ 에서
 $b = \frac{100}{30}$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} (\text{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같이 정사각형의 판자의 네 귀를 잘라 내어 한 변의 길이가 10 인 정팔각형을 만들었을 때, 정팔각형의 넓이는?

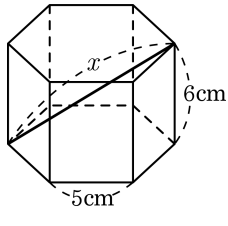
- ① $100 + 100\sqrt{2}$ ② $100 + 200\sqrt{2}$
 ③ $200 + 100\sqrt{2}$ ④ $200 + 200\sqrt{2}$
 ⑤ $200 + 200\sqrt{3}$



해설

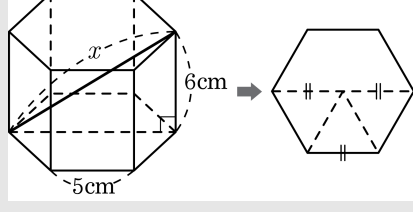
잘라낸 판자의 변의 길이는 각각 $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, 10 이다. $(10 + 10\sqrt{2})^2 - 4 \times (5\sqrt{2})^2 \times \frac{1}{2} = 200 + 200\sqrt{2}$

8. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 5cm인 정육각형이고, 높이가 6cm인 정육각기둥에서 x 의 길이를 구하면 ?



- ① $2\sqrt{17}\text{cm}$ ② $2\sqrt{34}\text{cm}$ ③ $2\sqrt{43}\text{cm}$
 ④ $17\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $17\sqrt{3}\text{cm}$

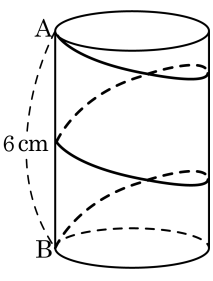
해설



$$x = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}(\text{cm})$$

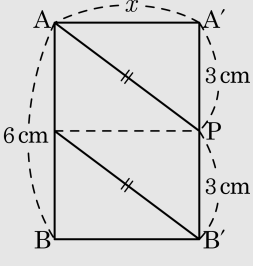
9. 다음 그림과 같이 높이가 6 cm 인 원기둥의 점 A에서 B까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10 cm 이었다. 다음 중 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는?

- ① $\frac{1}{\pi}$ cm ② π cm ③ $\frac{2}{\pi}$ cm
 ④ $\frac{\pi}{2}$ cm ⑤ $\frac{4}{\pi}$ cm

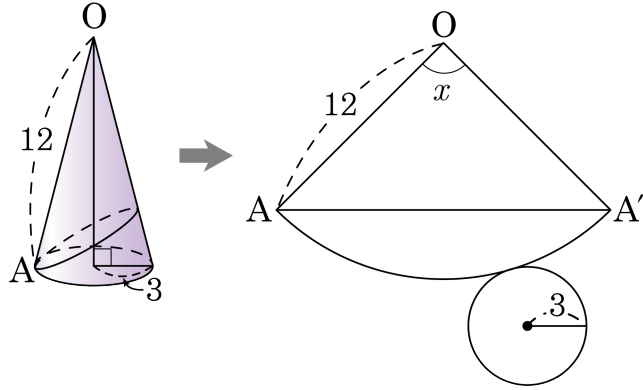


해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 둘레의 길이를 x 로 놓으면 $10 = 2\overline{AP}$
 $\overline{AP} = 5$ 이므로 $\overline{AP} = \sqrt{x^2 + 9} = 5$
 $\therefore x = 4$ (cm) ($\because x > 0$), $2\pi r = 4$
 $\therefore r = \frac{2}{\pi}$ (cm)



10. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12 이고, 밑면의 원의 반지름의 길이가 3 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 중심각 x 의 크기와 최단거리가 바르게 짝지어진 것은?



- ① 60° , 12cm ② 60° , $12\sqrt{2}$ cm ③ 90° , 12cm
 ④ 90° , $12\sqrt{2}$ cm ⑤ 120° , 12cm

해설

전개도에서 점 A와 A' 사이의 최단 거리는 선분 AA' 이다.
 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기 x 는

$$x = \frac{3}{12} \times 360^\circ = 90^\circ,$$

최단거리 $\overline{AA'} = 12\sqrt{2}$ cm 이다.