1. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg
④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\mathrm{kg})$
전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\mathrm{kg})$
전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\mathrm{kg})$
$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균)$= \dfrac{139}{2} = 69.5(\mathrm{kg})$

2. 다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때, 2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이므로

$$\frac{5+6+x+y+7}{5}=8,\quad x+y+18=40$$

$\therefore x+y=22 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-8)^2+(6-8)^2+(x-8)^2+(y-8)^2}{5}+\frac{(7-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{9+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+142}{5}=5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+142=25$$

$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-117 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2=16(x+y)-117=16\times 22-117$$

$\therefore\ x^2+y^2=235$

따라서 1, 2, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$\frac{1}{4}\left(2+3+\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5}\right)=\frac{1}{4}\left\{5+\frac{1}{5}(x^2+y^2)\right\}=13$ 이다.

3. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a+1$, $b+1$, $c+1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① M, S^2　　② M, S^2+1

③ $M+1$, S^2　　④ $M+1$, S^2+1

⑤ $M+1$, $(S+1)^2$

해설

세 개의 변량 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 M , S^2 이므로

$$M=\frac{a+b+c}{3}$$

$$S^2=\frac{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2}{3}$$

$a+1$, $b+1$, $c+1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$$M_1=\frac{(a+1)+(b+1)+(c+1)}{3}$$

$$=\frac{(a+b+c)+3}{3}=\frac{a+b+c}{3}+1=M+1$$

$$S_1^2=\frac{1}{3}\{(a+1-M-1)^2+(b+1-M-1)^2+(c+1-M-1)^2\}$$

$$=\frac{1}{3}\{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2\}=S^2$$

따라서 $a+1$, $b+1$, $c+1$ 의 평균과 분산은 각각 $M+1$, S^2 이다.

4. 자연수 a, b, c에 대하여 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \le b \le c$)

① $1+2\sqrt{5}$ ② $2+\sqrt{3}$ ③ $2+12\sqrt{3}$

④ $2+21\sqrt{5}$ ⑤ $2+24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$\therefore\ abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

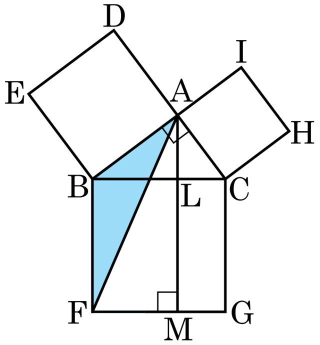
한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})$이고

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c의 순서쌍은 $(1,\ 1,\ 180)$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore\ (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}) \\ &= 2(1+\sqrt{180}+\sqrt{180}) \\ &= 2(1+6\sqrt{5}+6\sqrt{5}) \\ &= 2(1+12\sqrt{5}) \\ &= 2+24\sqrt{5}\end{aligned}$$

5. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 <u>않은</u> 삼각형은?

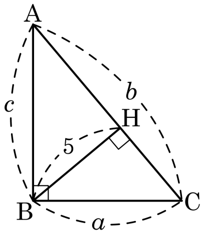


① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$
④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

6. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5\,\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?

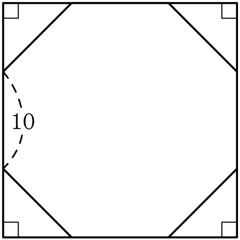


① $25\,\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{25}{3}\,\text{cm}^2$
④ $5\,\text{cm}^2$ ⑤ $10\,\text{cm}^2$

해설

$(a + c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a + c)^2 = (10 - b)^2$
$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
$5b = ac \cdots (2)$
(1) 에 (2) 를 대입하면
$30b = 100$ 에서
$b = \frac{100}{30}$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}(\text{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같이 정사각형의 판자의 네 귀를 잘라 내어 한 변의 길이가 10 인 정팔각형을 만들었을 때, 정팔각형의 넓이는?



① $100 + 100\sqrt{2}$ ② $100 + 200\sqrt{2}$

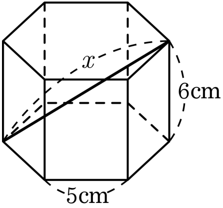
③ $200 + 100\sqrt{2}$ ④ $200 + 200\sqrt{2}$

⑤ $200 + 200\sqrt{3}$

해설

잘라낸 판자의 변의 길이는 각각 $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, 10 이다. $(10 + 10\sqrt{2})^2 - 4 \times (5\sqrt{2})^2 \times \frac{1}{2} = 200 + 200\sqrt{2}$

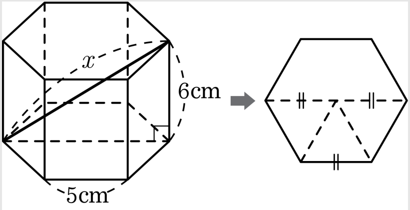
8. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 5cm 인 정육각형이고, 높이가 6cm 인 정육각기둥에서 x의 길이를 구하면 ?



① $2\sqrt{17}$cm ② $2\sqrt{34}$cm ③ $2\sqrt{43}$cm

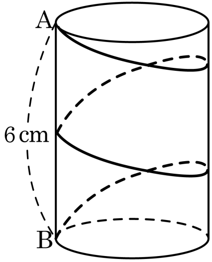
④ $17\sqrt{2}$cm ⑤ $17\sqrt{3}$cm

해설



$x = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}(cm)$

9. 다음 그림과 같이 높이가 6 cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10 cm 이었다. 다음 중 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는?



① $\dfrac{1}{\pi}$ cm ② π cm ③ $\dfrac{2}{\pi}$ cm

④ $\dfrac{\pi}{2}$ cm ⑤ $\dfrac{4}{\pi}$ cm

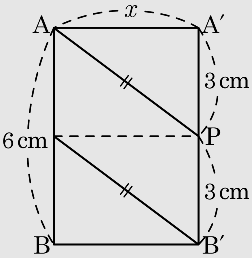
해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면 $10 = 2\overline{\mathrm{AP}}$

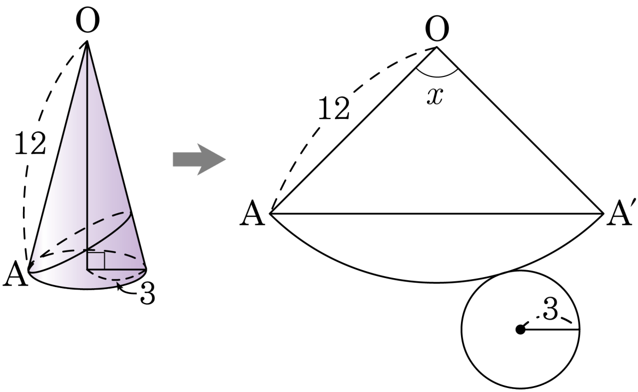
$\overline{\mathrm{AP}} = 5$ 이므로 $\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{x^2 + 9} = 5$

$\therefore\ x = 4\ (\mathrm{cm})\ (\because\ x > 0),\ 2\pi r = 4$

$\therefore\ r = \dfrac{2}{\pi}\ (\mathrm{cm})$



10. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12 이고, 밑면의 원의 반지름의 길이가 3 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 중심각 x 의 크기와 최단거리가 바르게 짝지어진 것은?



① $60°$, 12cm　② $60°$, $12\sqrt{2}\text{cm}$　③ $90°$, 12cm

④ $90°$, $12\sqrt{2}\text{cm}$　⑤ $120°$, 12cm

해설

전개도에서 점 A 와 A′ 사이의 최단 거리는 선분 AA′ 이다.

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기 x는

$x = \dfrac{3}{12} \times 360° = 90°$,

최단거리 $\overline{AA'} = 12\sqrt{2}\text{cm}$ 이다.