

1. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x - 2$

③ $x - 3$

④ $x + 1$

⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

2. 제곱해서 $5 - 12i$ 가 되는 복소수는?

① $\pm(2 + 3i)$

② $\pm(2 - 3i)$

③ $\pm(3 - 2i)$

④ $\pm(3 + 3i)$

⑤ $\pm(3 + 3i)$

해설

구하려는 복소수를 $a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면

$$(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi \text{ 에서}$$

$$a^2 - b^2 + 2abi = 5 - 12i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2 - b^2 = 5, 2ab = -12 \text{ 에서}$$

$$ab = -6, b = -\frac{6}{a} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - \left(-\frac{6}{a}\right)^2 = 5, a^2 - \frac{36}{a^2} = 5$$

양변에 a^2 을 곱하면

$$a^4 - 5a^2 - 36 = 0, (a^2 - 9)(a^2 + 4) = 0$$

따라서 $a^2 = 9$ 또는 $a^2 = -4$ 이므로

$$a = \pm 3 \text{ 또는 } a = \pm 2i$$

그런데 a 는 실수이므로 $a = \pm 3$ 이고, $b = \mp 2$ 이다.

따라서 구하는 복소수는 $\pm(3 - 2i)$ 이다.

3. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 틀린 것은? (단, a, b, c 는 실수이다.)

① 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ 이다.

② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta, D = b^2 - 4ac$ 라고 하면 $(\alpha - \beta)^2 = \frac{D}{a^2}$ 이다.

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab < 0$ 이다.

④ 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2 + (a - 2c)x + b - ac$ 도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ (단, $a \neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac < 0$ 이다.

4. 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 x 의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의 함숫값의 범위를 구하면?

① $-2 < y < 3$

② $-2 < y < 2$

③ $0 < y < 3$

④ $0 < y < 2$

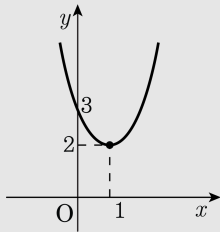
⑤ $2 < y < 3$

해설

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$$

따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과 같다.

$f(0) = 3$, $f(1) = 2$ 이므로
함숫값의 범위는 $2 < y < 3$



5. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x + 2 \geq -13 \\ x - 1 \geq 2x \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① 해가없다

② $1 \leq x \leq 5$

③ $-5 \leq x \leq 1$

④ $-1 \leq x \leq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

부등식 $3x + 2 \geq -13$ 을 풀면

$$3x + 2 \geq -13$$

$$\therefore x \geq -5$$

부등식 $x - 1 \geq 2x$ 을 풀면

$$x - 1 \geq 2x$$

$$\therefore x \leq -1$$

$$\therefore -5 \leq x \leq -1$$

7. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax - 4 \geq 0$ 이 성립하지 않을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $0 \leq a < 1$ 또는 $a > 3$

③ $-4 < a$

④ $-4 < a \leq 0$

⑤ $0 \leq a \leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대해 주어진 식이 성립하지 않으려면 $a \leq 0$ 이고 $D/4 = a^2 + 4a < 0$ 이어야 한다.
따라서 $a(a + 4) < 0$ 이므로 $-4 < a < 0$ 이고
 $a = 0$ 일 때도 성립하지 않으므로 $-4 < a \leq 0$

8. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $4^3 - 5^3$

② $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때 $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은 x^3 항을 포함하고 있지 않으므로
두 다항식의 x^3 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

9. 등식 $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5-x^4+ax-b$ 가 항상 성립하도록 a, b 값을 정할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $0 = a - b \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면, $0 = -2 - a - b \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $a = b = -1$

$\therefore a + b = -2$

10. $x = \frac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2 + i$

② $2 - i$

③ $-2 + i$

④ $-4 + i$

⑤ $4 + i$

해설

$$x = \frac{3+i}{2} \text{ 에서 } 2x - 3 = i$$

$$(2x - 3)^2 = i^2 \text{ 에서 } 2x^2 - 6x + 5 = 0$$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= (2x^2 - 6x + 5)(x + 2) + 2x - 7$$

$$= 2x - 7$$

$$= 2 \left(\frac{3+i}{2} \right) - 7$$

$$= -4 + i$$

11. 아래 그림은 이차함수 $y = ax^2 + 2x + c$ 의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?

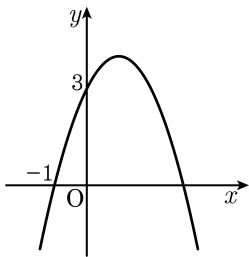
① $\frac{7}{2}$

② 4

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{11}{2}$



해설

$y = ax^2 + 2x + c$ 에 점 $(-1, 0)$, $(0, 3)$ 을 대입하면

$$0 = a - 2 + c$$

$$3 = c, a = -1$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -(x - 1)^2 + 4$$

따라서 최댓값은 4 이다.

12. 연립부등식 $1 < -\frac{x-a}{3} < 2$ 의 해가 $1 < x < b$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

① 1

② 3

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$1 < -\frac{x-a}{3} < 2$$

$$\begin{cases} 1 < -\frac{x-a}{3} \\ -\frac{x-a}{3} < 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x < a-3 \\ a-6 < x \end{cases}$$

$$a-6=1 \therefore a=7$$

$$a-3=b \therefore b=4$$

$$\therefore a-b=7-4=3$$

13. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{2}{5} > x - 0.6 \\ 2 - \frac{x+2}{3} < \frac{x-4}{9} \end{cases}$ 의 해는?

① $x < 3$

② $x > 3$

③ $x > 4$

④ $3 < x < 4$

⑤ 해가 없다.

해설

(i) $\frac{2}{3}x + \frac{2}{5} > x - 0.6$ 에서 $20x + 12 > 30x - 18$

$\therefore x < 3$

(ii) $2 - \frac{x+2}{3} < \frac{x-4}{9}$ 에서 $18 - 3x - 6 < x - 4$

$\therefore x > 4$

연립방정식의 해는 $x < 3, x > 4$ 이므로 해가 없다.

14. 부등식 $\begin{cases} x - 11 \geq 2x - 4 \\ a - x < 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

① -3

② -4

③ -5

④ -6

⑤ -7

해설

$$\begin{cases} x - 11 \geq 2x - 4 \\ a - x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -7 \\ x > a - 1 \end{cases}$$

의 해가 없으므로 $a - 1 \geq -7$

$$\therefore a \geq -6$$

따라서 a 의 가장 작은 수는 -6 이다.

15. 좌표평면 위에 두 점 $A(1, 5)$, $B(6, 3)$ 이 있다. 점 P 가 직선 $y = 1$ 위를 움직일 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은?

① $\sqrt{41}$

② 7

③ $\sqrt{50}$

④ $\sqrt{61}$

⑤ $\sqrt{89}$

해설

점 A 의 직선 $y = 1$ 에 대한 대칭점을 A' 이라 하면 $A'(1, -3)$ 이다.

아래 그림에서 $\overline{AP} + \overline{PB} = \overline{PA'} + \overline{PB} \geq \overline{A'B}$ 이므로 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $\overline{A'B}$ 이다.

$$\therefore \overline{A'B} = \sqrt{(6-1)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{61}$$

