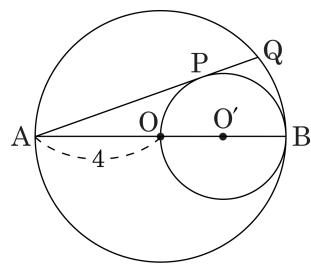


1. 다음 그림에서 원 O' 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O' 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?
- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
 ③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$



해설

$$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$$

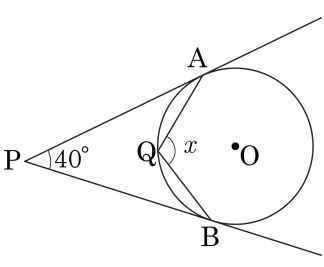
$$\overline{AP} = 4\sqrt{2}$$

$$\triangle APO' \sim \triangle AQB \text{ 에서}$$

$$6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

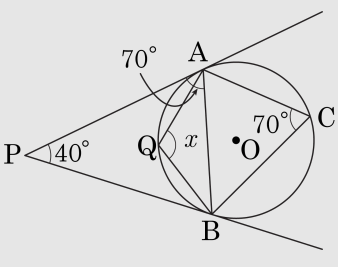
2. 다음 그림과 같이 원 위의 두 점 A, B에서 그은 접선의 교점을 P 라 하자. $\angle APB = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



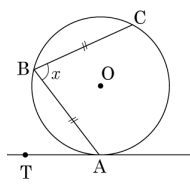
- ① 90° ② 95° ③ 105° ④ 110° ⑤ 120°

해설

다음 그림과 같이 보조선을 이용하면
 $\angle PAB = \angle PBA = 70^\circ (\because \overline{PA} = \overline{PB})$ 이고
 또한, 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로
 $\angle PAB = \angle ACB = 70^\circ$
 따라서, 사각형이 원에 내접하므로 대각의 합 $\angle x + 70^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 110^\circ$ 이다.



3. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고, $\angle BAT = 50^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



- ① 50° ② 60° ③ 70° ④ 80° ⑤ 90°

해설

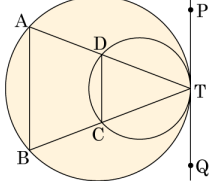
A 와 C 를 이으면

$$\angle BAT = \angle BCA = 50^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} \text{ 이므로 } \angle BAC = 50^\circ$$

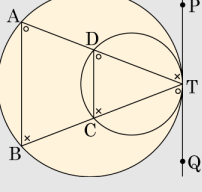
$$\therefore \angle x = 180^\circ - 50^\circ \times 2 = 80^\circ$$

4. 다음 그림과 같이 점 T 는 두 원의 공통 접점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



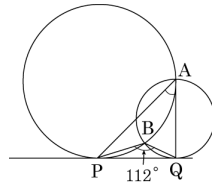
- ① $\overline{AB} // \overline{CD}$
- ② $\angle BAT = \angle CDT$
- ③ $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TC} : \overline{TD}$
- ④ $\angle ABT = \angle ATP$
- ⑤ $\triangle ATB \sim \triangle DTC$

해설



직선 PQ 가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.
따라서, 동위각이 같으므로 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이고 $\triangle ATB \sim \triangle DTC$ 이므로 $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TD} : \overline{TC}$ 이다.

5. 다음 그림에서 직선 PQ는 두 원에 동시에 접한다. $\angle PBQ = 112^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기는?

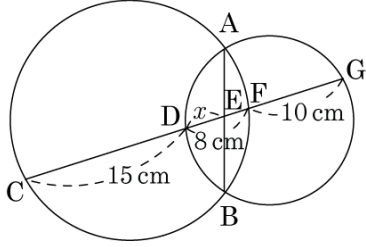


- ① 60° ② 64° ③ 68° ④ 72° ⑤ 76°

해설

$\overline{AB}$ 를 그으면 $\angle QPB = \angle BAP$, $\angle PQB = \angle BAQ$ 이므로 $\angle PAQ = \angle QPB + \angle PQB = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$

6. 다음 그림과 같이 두 원이 두 점에서 만나고 $\overline{CD} = 15\text{cm}$, $\overline{DF} = 8\text{cm}$, $\overline{FG} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

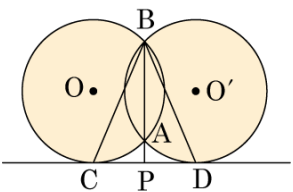


- ① 4cm ② 4.2cm ③ 4.5cm
 ④ 4.8cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{DE} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{EF} = (8 - x)\text{cm}$
 $\overline{AE} \cdot \overline{BE} = (15 + x)(8 - x) = x(18 - x)$
 $120 - 7x - x^2 = 18x - x^2$, $25x = 120$
 $\therefore x = 4.8(\text{cm})$

7. 다음 그림과 같이 두 원 O, O'의 공통외접선 CD와 공통현 AB의 연장선이 점 P에서 만난다. $\overline{PA} = 1\text{cm}$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \sqrt{30}\text{cm}$ 일 때, $\triangle CBD$ 의 넓이는?



- ① 10cm^2 ② $5\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}^2$
 ④ $5\sqrt{5}\text{cm}^2$ ⑤ $2\sqrt{6}\text{cm}^2$

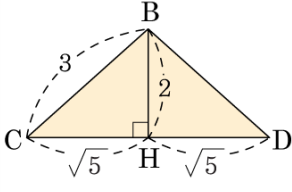
해설

$$\overline{CP}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 5$$

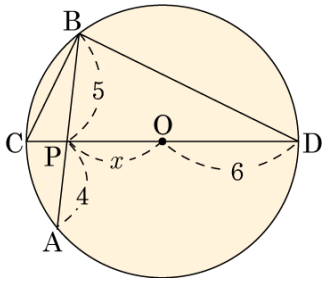
$$\overline{CP} = \sqrt{5}\text{cm}$$

$$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} = 2\sqrt{5}\text{cm}$$

$$\therefore \triangle CBD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 5 = 5\sqrt{5}(\text{cm}^2)$$



8. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 는 원 O의 지름이다. 원 O의 반지름의 길이가 6이고 $\overline{BC} = a$, $\overline{BD} = b$, $\overline{PO} = x$, $x = b - a$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 를 구하면?

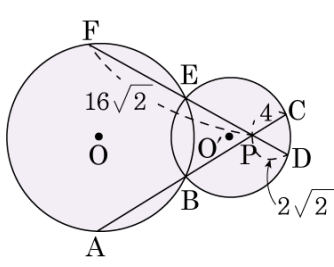


- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$20 = (6-x)(6+x) \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 = b-a$, $\angle CBD = 90^\circ$
 이므로 $a^2 + b^2 = 12^2$
 $b-a = 4$ 의 양변을 제곱하면
 $(b-a)^2 = 4^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 16$
 $144 - 2ab = 16$ ($\because a^2 + b^2 = 144$)
 $-2ab = -128$
 $\therefore \sqrt{ab} = 8$ ($\because ab > 0$)

9. 다음 그림과 같이 두 원의 교점 B, E를 지나는 두 직선이 점 P에서 만나고, $\overline{CP} = 4$, $\overline{DP} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PF} = 16\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



- ① 18 ② 22 ③ 28
④ 30 ⑤ 32

해설

$$\text{원 } O \text{ 에서 } \overline{PB} \times \overline{PA} = \overline{PE} \times \overline{PF}, \frac{\overline{PE}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{PA}}{\overline{PF}}$$

$$\text{원 } O' \text{ 에서 } \overline{PB} \times \overline{PC} = \overline{PE} \times \overline{PD}, \frac{\overline{PE}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$$

$$\therefore \frac{\overline{PA}}{\overline{PF}} = \frac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$$

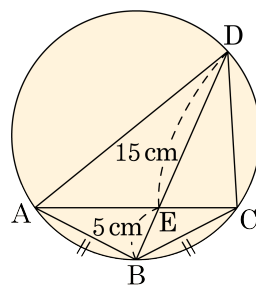
$$\therefore \overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PC} \times \overline{PF}$$

$$\overline{PA} \times 2\sqrt{2} = 4 \times 16\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{PA} = 32$$

10. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이고,
 $\overline{DE} = 15\text{ cm}$, $\overline{EB} = 5\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길
 이를 구하여라.

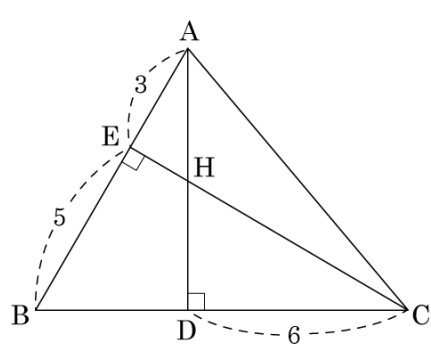
- ① 7 cm ② 8 cm ③ 9 cm
 ④ 10 cm ⑤ 11 cm



해설

$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ADB$
 즉, $\overline{AB}$ 는 점 A, E, D 를 지나는 원의 접선이다.
 $\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD} = 5 \times (5 + 15) = 100$
 $\therefore \overline{AB} = 10$

11. 다음 그림의 두 점 A, C 에서 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



- ① 4 ② $2\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ 5

해설

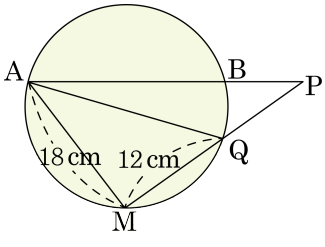
$\overline{AC}$ 에 대한 대각이 90° 로 서로 같으므로
네 점 A, E, D, C 는 한 원 위에 있다.
 $\overline{BD} = x$ 라 하면
 $x \times (x + 6) = 5 \times 8$, $x^2 + 6x - 40 = 0$
 $(x + 10)(x - 4) = 0 \quad \therefore x = 4$
따라서 $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 M은 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의
중점이고, $\overline{AM} = 18\text{ cm}$, $\overline{MQ} =$
 12 cm 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

- ① 14 cm

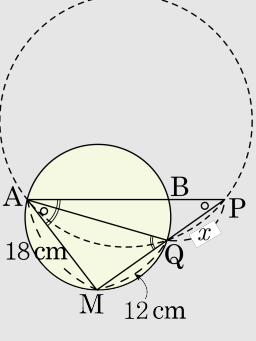
② 15 cm
- ③ 16 cm

④ 17 cm
- ⑤ 18 cm

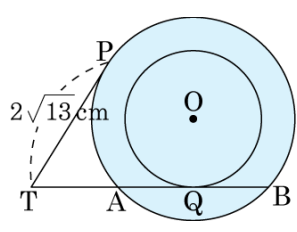


해설

$5.0\text{pt}\widehat{AM} = 5.0\text{pt}\widehat{MB}$ 이므로
 $\angle AQM = \angle MAB$
 $\angle QAM = \angle MAB - \angle QAP$
 $= \angle AQM - \angle QAP = \angle APM$
 따라서, $\overline{AM}$ 은 세 점 A, Q, P를
 지나는 원의 접선이다. $\overline{PQ} = x$ 라
 하면 $18^2 = 12(12 + x)$
 $\therefore x = 15\text{ (cm)}$



13. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 5 cm, 13 cm 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 $\overline{TP}$ 와 $\overline{TQ}$ 를 긋고 $\overline{TQ}$ 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{PT} = 2\sqrt{13}$ cm 일 때, $\overline{TB}$ 의 길이는?



- ① 22 cm ② 24 cm ③ 26 cm ④ 28 cm ⑤ 30 cm

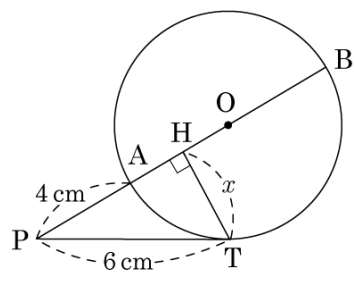
해설

$\triangle OQB$ 는 직각삼각형이고
 $\overline{OQ} = 5$ (cm), $\overline{OB} = 13$ (cm) 이므로
 $\overline{QB} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ (cm)
 $\overline{AB} = 2\overline{BQ} = 2 \times 12 = 24$ (cm)
 $\overline{TA} = x$ 라 하면 $\overline{TA} \times \overline{TB} = \overline{TP}^2$ 이므로
 $x(x + 24) = 52$
 $x^2 + 24x - 52 = 0$
 $(x + 26)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 2$ ($\because x > 0$)
 $\overline{TB} = \overline{TA} + \overline{AB} = 2 + 24 = 26$ (cm)

14. 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고, $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이다. $\overline{PA} = 4\text{cm}$, $\overline{PT} = 6\text{cm}$ 일 때, 점 T에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하면?

- ① $\frac{30}{13}\text{cm}$ ② $\frac{29}{13}\text{cm}$
 ③ $\frac{28}{13}\text{cm}$ ④ $\frac{27}{13}\text{cm}$

⑤ 2cm



해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$6^2 = 4(4 + 2r)$$

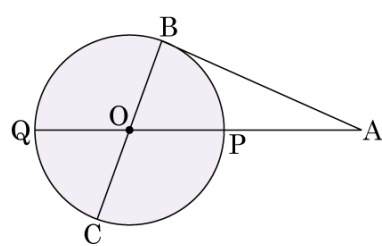
따라서, 원의 반지름은 $\frac{5}{2}(\text{cm})$

또, 보조선 $\overline{OT}$ 를 그으면, $\triangle OPT \sim \triangle TPH$ (AA 닮음)

$$\overline{OP} : \overline{PT} = \overline{OT} : \overline{TH} \text{ 이므로 } 4 + \frac{5}{2} : 6 = \frac{5}{2} : x$$

$$\therefore x = \frac{30}{13}(\text{cm})$$

15. 다음 그림에서 O는 원의 중심이고, $\overline{AB} = b$, $\overline{BC} = a$, $\overline{AB}$ 는 원의 접선일 때, 이차방정식 $x^2 + ax - b^2 = 0$ 의 해를 길이로 갖는 선분은?



① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$

③ $\overline{PQ}$ ④ $\overline{AQ}$

⑤ $\overline{AP}$

해설

$\overline{PQ} = a$ ($\because$ 원 O의 지름)

$$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$$

$$b^2 = \overline{AP}(\overline{AP} + a)$$

$$\therefore \overline{AP}^2 + a\overline{AP} - b^2 = 0 \Rightarrow x^2 + ax - b^2 = 0$$

$$\therefore x = \overline{AP}$$