1. 수직선 위의 점 A (-2) , B (-1) , C (5) 가 있을 때, 두 점 사이의 거리 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 구하면?

① $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 5$
② $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 5$
③ $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 6$
④ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 6$
⑤ $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$

해설
$\overline{AB} = -1 - (-2) = 1$
$\overline{BC} = 5 - (-1) = 6$

2. 두 점 $(8, 5)$, $(3, -7)$ 사이의 거리를 구하면?

① 13　② 14　③ 15　④ 16　⑤ 17

해설

$\sqrt{(3-8)^2+(-7-5)^2}=\sqrt{169}=13$

3. 두 점 A $(-1, 1)$, B $(1, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점의 좌표는?

① $(3, 0)$ ② $(5, 0)$ ③ $(0, 3)$ ④ $(0, 5)$ ⑤ $(0, 7)$

해설

y 축 위의 점을 $(0, a)$라 하면
$\therefore 1^2 + (a-1)^2 = 1^2 + (a-5)^2$ 정리하면
$a = 3$

4. 두 점 $\mathrm{A}(-5,-1)$, $\mathrm{B}(4,-5)$ 에서 같은 거리에 있는 $y=-x$ 위에 있는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$　② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$　③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$
④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$　⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 $\mathrm{P}(a,\ -a)$ 라 하면, $(\because\ y=-x)$

$\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}} \Rightarrow \overline{\mathrm{PA}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2$

$(a+5)^2 + (-a+1)^2 = (a-4)^2 + (-a+5)^2$

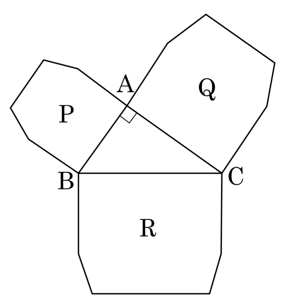
$a^2 + 10a + 25 + a^2 - 2a + 1$

$= a^2 - 8a + 16 + a^2 - 10a + 25$

$\Rightarrow\ 26a = 15 \Rightarrow\ a = \frac{15}{26}$

$\therefore \mathrm{P}(a,-a) = \left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

5. 다음 그림과 같이, 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 닮은 도형 P, Q, R가 있다. 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x, y, z 라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

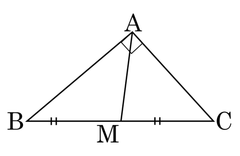


① $xy=z$
② $x+y=z$
③ $x^2+y^2=z^2$
④ $x^3+y^3=z^3$
⑤ 위에는 정답이 없다.

해설

도형 P, Q, R 가 닮은 도형들이고 그들의 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC}$ 이므로 도형 P, Q, R의 넓이의 비는 닮음비의 제곱인 $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 : \overline{BC}^2$ 이 된다. 그런데 $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$
따라서, 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x, y, z라 하면 $x+y=z$

6. 다음은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{(가)}\left(\overline{BM}^2 + \boxed{(나)}^2\right)$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$\boxed{(나)} = \boxed{(다)}\overline{BC}$ 이므로

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{(가)}\left(\boxed{(라)}\overline{BC}^2\right)$
$= \overline{BC}^2$

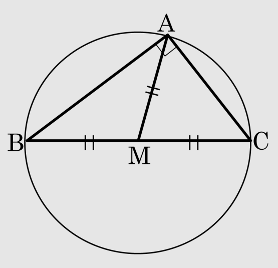
위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① 3, $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$
② 4, $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$
③ 2, $\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$
④ 2, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$
⑤ $\frac{16}{5}$, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2}\left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2\right)$



이 때, $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 $\boxed{\overline{AM}} = \frac{1}{2}$

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4}\right)$
$= \boxed{2}\left(\boxed{\frac{1}{2}}\overline{BC}^2\right) = \overline{BC}^2$

7. 두 점 A $(-2,\ 0\ )$, B $(7,\ 0\ )$에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 $2:1$ 로 내분하는 점 P 와 외분하는 점 Q 의 좌표는?

① P(4, 0), Q(16, 0)
② P(2, 0), Q(−16, 0)
③ P(4, 0), Q(−8, 0)
④ P(4, 0), Q(4, 0)
⑤ P(−4, 0), Q(16, 0)

해설

내분점 P 의 좌표는

$$\mathrm{P}\left(\frac{-2\times1+7\times2}{2+1}, \frac{0\times1+0\times2}{2+1}\right)$$

$\therefore$ P(4, 0)

외분점 Q 의 좌표는

$$\mathrm{Q}\left(\frac{2\times1+7\times2}{2-1}, \frac{-0\times1+0\times2}{2-1}\right)$$

$\therefore$ Q(16, 0)

8. 세 점 $A(1,\ -1)$, $B(2,\ 1)$, $C(3,\ 3)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표는?

① $(1,\ 1)$ ② $(2,\ 1)$ ③ $(3,\ 1)$
④ $(0,\ 1)$ ⑤ $(2,\ 2)$

해설

무게중심 $G\left(\frac{1+2+3}{3},\ \frac{-1+1+3}{3}\right)=(2,\ 1)$

9. 네 점 $O(0, 0), A(-3, 0), B(4, 0), C(2, 5)$ 에 대하여 삼각형 AOC 의 넓이는 삼각형 BOC 의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로
$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.
$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.